

УДК 621.165

doi: 10.20998/2078-774X.2017.08.03

А. В. БОЙКО, А. П. УСАТЫЙ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ BIARC-КРИВЫХ ДЛЯ ОПИСАНИЯ КОНТУРА
ТУРБИННЫХ ПРОФИЛЕЙ

АННОТАЦИЯ В работе рассмотрена возможность использования *BiArc*-кривых для математического описания турбинных профилей. Приведены элементы теории построения *BiArc*-кривых. Рассмотрены особенности описания контуров выпуклой и вогнутой частей турбинных профилей с помощью *BiArc*-кривых. Описан алгоритм автоматического построения контуров турбинных профилей с использованием геометрического критерия качества. Приведены примеры построения турбинных профилей с использованием *BiArc*-кривых с различными исходными данными.

Ключевые слова: *BiArc*-кривая, турбинная решетка, турбинный профиль, математическое описание формы турбинного профиля.

A. VOIKO, A. USATY

USE BIARC-CURVES FOR CONTOUR DESCRIPTION OF THE TURBINE PROFILES

ABSTRACT The article analyzes the possibility of using *BiArc*-curves for the mathematical description of turbine profiles. Confirmed the relevance of the application *BiArc*-curves in the manufacture of turbine blades. The article presents some of the elements of the theory of building *BiArc*-curves. The algorithm for determining the coordinates of conjugate points, radii and angles of opening arcs *BiArc*-curve is shown in the work. Strong influence on the quality of *BiArc*-curve, provide the coordinates of the point arc connection. Also, the description of certain structural features of convex and concave contours profiles turbines using *BiArc*-curves. Here the algorithm of automatic construction of a turbine profile using geometric criteria of quality. Optimization problem is solved for each element *BiArc*-curve using a quadratic fit DSC-Powell. Method of construction of turbine profiles using *BiArc*-curves programmed in the language c++. Screenshot of dialog boxes and graphics programs can be found in the article. The examples of constructing profiles turbines using *BiArc*-curves with different initial data. Received confirmation of the possibility to describe the contours of turbine profiles using *BiArc*-curves.

Key words: *BiArc*-curve, turbine cascade, turbine profile, a mathematical description of shapes Turbine Profile.

Введение

К вопросу математического описания контура турбинных профилей обращаются многие исследователи. Достаточно часто для этих целей используют кривые Безье [1–3], кубические интерполяционные сплайны [1], полиномы высокого порядка [4], параболические кривые [5], массивы точек [6]. Следует отметить, что наиболее ранние попытки построить контур турбинного профиля были основаны на использовании дуг окружностей. Применение дуг окружностей для формирования контуров турбинных профилей получило в свое время очень большое распространение при проектировании и производстве сопловых и рабочих лопаток осевых турбин [7, 8]. Популярность и широкое распространение применения дуг окружностей для описания контура турбинных профилей обусловлено в первую очередь простотой фрезерной технологии и относительно низкой стоимостью изготовления турбинных лопаток, сформированных из таких профилей. Отмеченные преимущества применения дуг окружностей для формирования контуров турбинных профилей актуальны и сегодня. Вместе с тем, сам процесс определения параметров дуг окружностей и координат точек их сопряжения на контуре профиля до настоящего времени полностью не формализован и зачастую для получения профиля применяется полуэмпирический метод подбора параметров, описывающих

его дуг. Следует, также отметить, что с математической точки зрения невозможно создать универсальный алгоритм описания вогнутой и выпуклой частей турбинных профилей с обеспечением «стандартных» граничных условий, если будет использовано нечетное количество дуг. Применение нечетного количества дуг позволяет успешно построить контур выпуклой и/или вогнутой части турбинного профиля только в некоторых частных случаях.

Учитывая широкое распространение технологии изготовления турбинных лопаток, основанной на описании контура турбинных профилей с помощью дуг окружностей, весьма актуальной представляется задача разработки универсальной методики и алгоритма построения контуров турбинных профилей с использованием *BiArc*-кривых (двух сопряженных дуг). Применение *BiArc*-кривых существенно расширит множество математически корректных решений и позволит создать универсальную методику описания контуров вогнутой и выпуклой частей профиля с помощью дуг окружностей.

Цель работы

Разработка метода математического описания контуров выпуклой и вогнутой частей турбинного профиля с помощью теории *BiArc*-кривых, что позволит ставить оптимизационные задачи и

© А. В. Бойко, А. П. Усатый, 2017

получать наиболее эффективные турбинные профили данного класса.

Изложение основного материала Некоторые элементы и особенности теории построения *BiArc*-кривых

Вопросам теории интерполяции и аппроксимации с использованием *BiArc*-кривых посвящено достаточно много научных работ [9–15], наиболее удачное изложение этой теории с точки зрения применения ее для описания контуров турбинных профилей изложено в [15], которое и было взято за основу при разработке методики описания контуров турбинных профилей *BiArc*-кривыми.

Базовым элементом *BiArc*-кривой являются две сопряженные дуги. Следует отметить, что *BiArc*-кривые используются для решения задач интерполяции как на плоскости, так и в трехмерном пространстве. Учитывая, что в статье рассматривается задача построения контуров турбинных профилей на плоскости, все дальнейшее изложение материала будет касаться плоских *BiArc*-кривых. Из двумерной теории *BiArc*-кривых известно, что две заданные точки (p_1 и p_2) с известными координатами и нормированными значениями касательных в этих точках всегда можно соединить двумя сопряженными дугами окружностей. Приведем алгоритм определения координат точки сопряжения двух дуг и их основных характеристик. Некоторые обозначения и положения теории *BiArc*-кривых взяты с [15].

Будем считать, что нам известны (заданы) следующие параметры (см. рис. 1):

- 1 $p_1(x_1, y_1)$ – координаты 1-й точки;
- 2 $p_2(x_2, y_2)$ – координаты 2-й точки;
- 3 $t_1\{x_{t1} = \cos(\delta_1), y_{t1} = \sin(\delta_1)\}$ – нормированные значения 1-й производной в точке p_1 ;
- 4 $t_2\{x_{t2} = \cos(\delta_2), y_{t2} = \sin(\delta_2)\}$ – нормированные значения 1-й производной в точке p_2 .

Необходимо определить:

- 1 $c_1(x_1, y_1)$ – координаты центра 1-й дуги;
- 2 $c_2(x_2, y_2)$ – координаты центра 2-й дуги;
- 3 $p_m(x_m, y_m)$ – координаты точки сопряжения двух дуг;
- 4 θ_1 – угол раскрытия 1-й дуги;
- 5 θ_2 – угол раскрытия 2-й дуги.

Из вышеприведенных пунктов 3 и 4 соответственно видно, что $|t_1|=1$ и $|t_2|=1$.

Учитывая, что расстояние между точками q_1 и q_2 равно сумме расстояний между точками p_1 и q_1 и точками p_2 и q_2 (см. рис. 1), можно используя терминологию векторной алгебры записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} q_1 = p_1 + d_1 \cdot t_1, \\ q_2 = p_2 + d_2 \cdot t_2, \\ |q_1 - q_2| = d_1 + d_2. \end{cases} \quad (1)$$

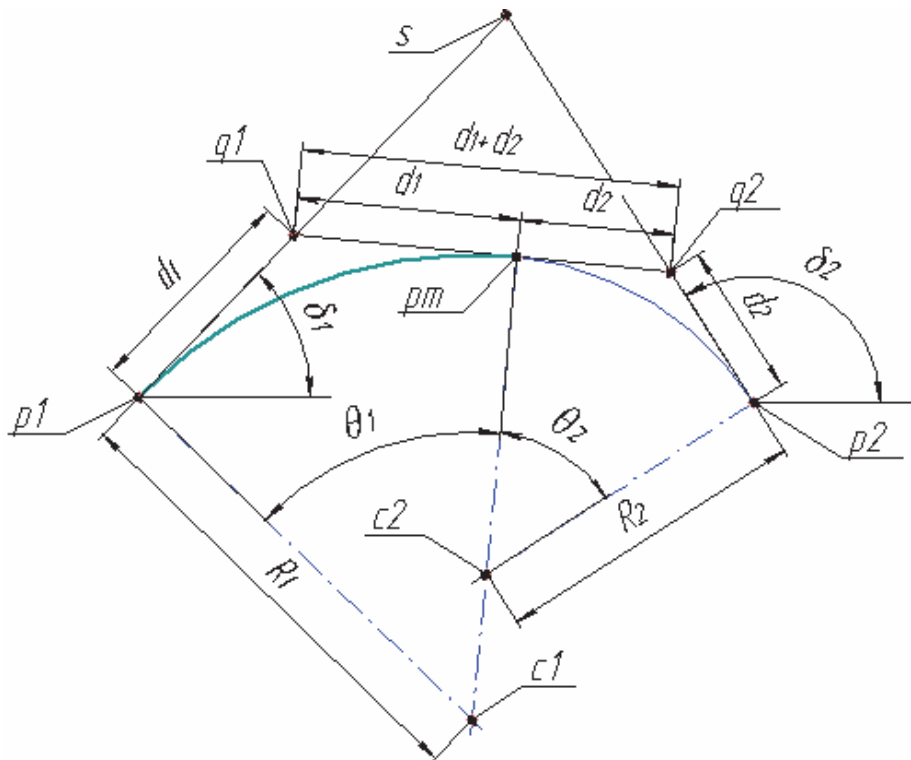


Рис. 1 – Схема сопряжения двух дуг базового элемента *BiArc*-кривой

Определим координаты точки сопряжения p_m , как взвешенную сумму точек q_1 и q_2 :

$$p_m = q_1 \cdot \frac{d_2}{d_1 + d_2} + q_2 \cdot \frac{d_1}{d_1 + d_2},$$

$$p_m = (p_1 + d_1 t_1) \frac{d_2}{d_1 + d_2} + (p_2 + d_2 t_2) \frac{d_1}{d_1 + d_2}. \quad (2)$$

Для упрощения изложения материала введем вспомогательный вектор v , равный разности векторов p_2 и p_1 :

$$v = p_2 - p_1. \quad (3)$$

Выразим расстояние d_2 через d_1 . Запишем квадрат суммы расстояний $(d_1 + d_2)^2$ через произ

$$\left\{ \begin{array}{l} (q_2 - q_1) \cdot (q_2 - q_1) = (d_2 + d_1)^2, \\ (p_2 - d_2 \cdot t_2 - p_1 - d_1 \cdot t_1) \cdot (p_2 - d_2 \cdot t_2 - p_1 - d_1 \cdot t_1) = (d_2 + d_1)^2, \\ (v - d_2 \cdot t_2 - d_1 \cdot t_1) \cdot (v - d_2 \cdot t_2 - d_1 \cdot t_1) = d_2^2 + 2d_1 d_2 + d_1^2, \\ v \cdot v - 2d_2 \cdot v \cdot t_2 - 2d_1 \cdot v \cdot t_1 + d_2^2 \cdot t_2 \cdot t_2 + 2d_1 d_2 \cdot t_1 \cdot t_2 + d_1^2 \cdot t_1 \cdot t_1 = d_2^2 + 2d_1 d_2 + d_1^2, \\ v \cdot v - 2d_2 \cdot v \cdot t_2 - 2d_1 \cdot v \cdot t_1 + d_2^2 + 2d_1 d_2 \cdot t_1 \cdot t_2 + d_1^2 = d_2^2 + 2d_1 d_2 + d_1^2, \\ v \cdot v - 2d_2 \cdot v \cdot t_2 - 2d_1 \cdot v \cdot t_1 + 2d_1 d_2 \cdot (t_1 \cdot t_2 - 1) = 0, \\ v \cdot v - 2d_1 \cdot v \cdot t_1 - d_2(2v \cdot t_2 - 2d_1(t_1 \cdot t_2 - 1)) = 0, \\ d_2 = \frac{v \cdot v - 2d_1 \cdot v \cdot t_1}{2v \cdot t_2 - 2d_1(t_1 \cdot t_2 - 1)}. \end{array} \right. \quad (4)$$

И окончательно

$$d_2 = \frac{1}{2} \frac{v \cdot v - d_1 \cdot v \cdot t_1}{v \cdot t_2 - d_1(t_1 \cdot t_2 - 1)}. \quad (5)$$

Каждый из центров дуг будем определять, как точку пересечения двух прямых. Так для c_1 – первая прямая, проходит через точку p_1 (см. рис. 1) и перпендикулярна отрезку (p_1, s) , а вторая прямая проходит через точку p_m и перпендикулярна отрезку (q_1, p_m) . Аналогично для центра второй дуги (c_2) – первая прямая соответствует второй прямой для c_1 , а вторая прямая должна проходить через p_2 и быть перпендикулярной отрезку (p_2, s) . В виду тривиальности операций, основанных на зависимостях по определению координат точки пересечения двух прямых, используемых для определения координат точек c_1 и c_2 , подробное изложение этого материала опускается. По аналогичным соображениям не приводятся также и зависимости для определения радиусов дуг R_1 и R_2 , и углов θ_1 и θ_2 .

ведение разности векторов $(q_2 - q_1)$ и проведем ряд преобразований (4). В результате получаем зависимость (5), которая позволяет определить расстояние d_2 в зависимости от значений d_1, v, t_1 и t_2 .

Учитывая, что v, t_1 и t_2 являются исходными данными, то зависимость (5) является функцией $d_2 = f(d_1)$. Таким образом, изменяя значение d_1 , мы получаем бесконечное множество решений для d_2 . Зная d_1 и d_2 , и используя зависимость (2) можно определить точку сопряжения двух дуг (p_m). Формализуя вышеизложенное определим связь между d_2 и d_1 :

Особенности построения *BiArc*-кривых с высокой степенью плавности

В первую очередь следует определиться с алгоритмом нахождения значения d_1 . Выбор значения d_1 имеет большое влияние на форму *BiArc*-кривой (см. рис. 2).

Большие значения d_1 приводят к длинным и слабоизогнутым дугам. Значения d_1 близкие к нулю сделает первую дугу компактной и сильноизогнутой. При некоторых значениях d_1 , например, при $d_1 > |s - p_1|$ могут возникнуть случаи, не имеющие решения. В данной работе величина d_1 определяется из зависимости (6)

$$d_1 = k|s - p_1|, \quad (6)$$

где $0 < k < 1$ – коэффициент соответствующий доле расстояния d_1 в длине отрезка (p_1, s) . Длина отрезка (p_1, s) всегда может быть определена, если будут известны координаты точки s . Последние легко определяются как результат пересечения двух прямых, проходящих через точки p_1 и p_2 и имеющих направления t_1 и t_2 , соответственно.

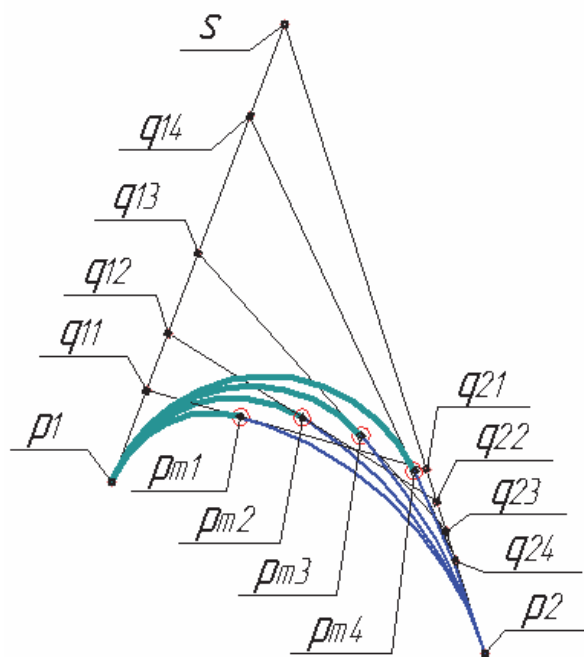


Рис. 2 – Влияние коэффициента k на форму $BiArc$ -кривой

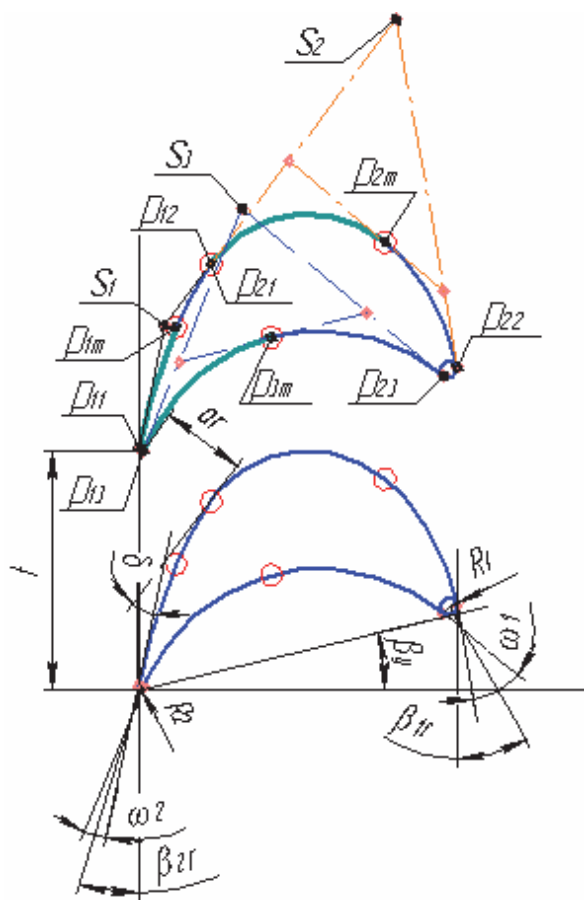


Рис. 3 – Построение контуров турбинного профиля с помощью $BiArc$ -кривой

Как видно из рис. 2 при одних и тех же значениях исходных данных (p_1, p_2, t_1, t_2) можно получить бесконечное множество решений для $BiArc$ -кривой, что позволяет ставить оптимизационную задачу получения наилучшего решения. В качестве функции цели может быть эвристический критерий (например, хорошо зарекомендовавший себя критерий минимума максимума кривизны) или минимум профильных/интегральных потерь в решетке.

В данной работе использовался геометрический критерий качества. Учитывая то, что величина d_1 по сути зависит от безразмерного нормированного коэффициента k (6). Для получения «наилучшей» $BiArc$ -кривой необходимо найти соответствующее значение коэффициента k . Для достижения этой цели решается задача минимизации максимальной кривизны кривой d_1 или максимизации минимального радиуса одной из двух сопряженных дуг. Понятно, что в общем случае $R_1 \neq R_2$, и всегда (за исключением случая, когда $R_1 = R_2$), у одной из двух дуг радиус будет меньше. С учетом этого ставится задача найти такое значение k в области $0 < k < 1$, которое обеспечит из всех возможных минимальных радиусов дуг максимальное его значение. В формализованном виде эта задача выглядит следующим образом

$$R_{(1 \text{ или } 2)} = \max \{ R_{(1,2)}^{\min}(k) \}. \quad (7)$$

В результате мы получим значение коэффициента k , обеспечивающее максимально возможную плавность элемента кривой $BiArc$, состоящего из двух разных дуг окружностей. Решается данная задача методом одномерного поиска – квадратичной аппроксимации DSC -Powell.

Описание обводов турбинных профилей с помощью $BiArc$ -кривых высокой степени плавности

Как видно из рис. 3 для построения контуров турбинного профиля достаточно трех участков с $BiArc$ -кривыми (два участка на выпуклой части профиля, разделенные «горловой» точкой, и один участок на вогнутой части – всего шесть дуг окружностей).

Все необходимые данные для построения $BiArc$ -кривых на каждом участке являются аналогичными, как и для других методов математического описания контуров турбинных профилей. К ним, прежде всего, относятся координаты точек сопряжения входной и выходной кромок с вогнутой и выпуклой частями профиля (точки $p_{11}, p_{13}, p_{22}, p_{23}$), а также точка «горла» на выпуклой части контура профиля. Следует отметить, что точка «горла» используется для построения, как первого участка $BiArc$ -кривой (точка p_{12}), так

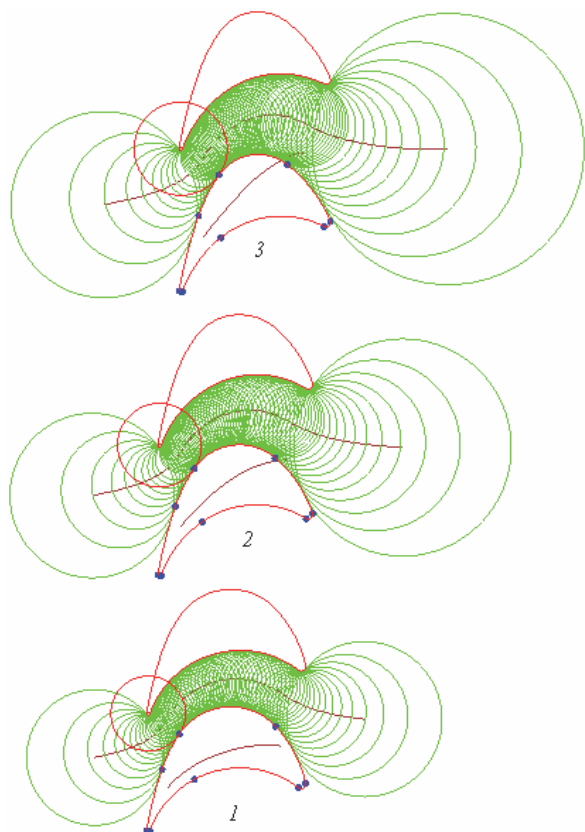


Рис. 4 – Профили и каналы корневого (1), среднего (2) и периферийного (3) сечений рабочей решетки первой ступени ЦСД турбины К-800-23,5

и второго участка *BiArc*-кривой выпуклой части профиля (точка p_{21}). Естественно, в отмеченных точках, используя общеизвестные зависимости [16, 17] всегда можно определить и значения первых производных.

В качестве примера возможности использования *BiArc*-кривых для построения контуров турбинных профилей на рис. 4. Приведены, построенные по описанной методике, профили и каналы корневого, среднего и периферийного сечений рабочей решетки первой ступени ЦСД турбины К-800-23,5, а на рис. 5 – профили корневых сечений первых шести ступеней ЦСД этой же турбины. Кривые на нижних профилях описывают изменение конфузурности вдоль канала решетки.

Как видно из рис. 4, 5 предложенный метод построения профилей рабочих решеток позволяет эффективно строить рабочие профили, описанные сопряженными дугами окружностей для различных ступеней и сечений по высоте лопатки.

Для автоматизации построения турбинных профилей с использованием *BiArc*-кривых была разработана подсистема профилирования для САПР «Турбоагрегат». Скриншот диалогового окна подсистемы профилирования приведен на рис. 6. Особенность данной подсистемы заключа-

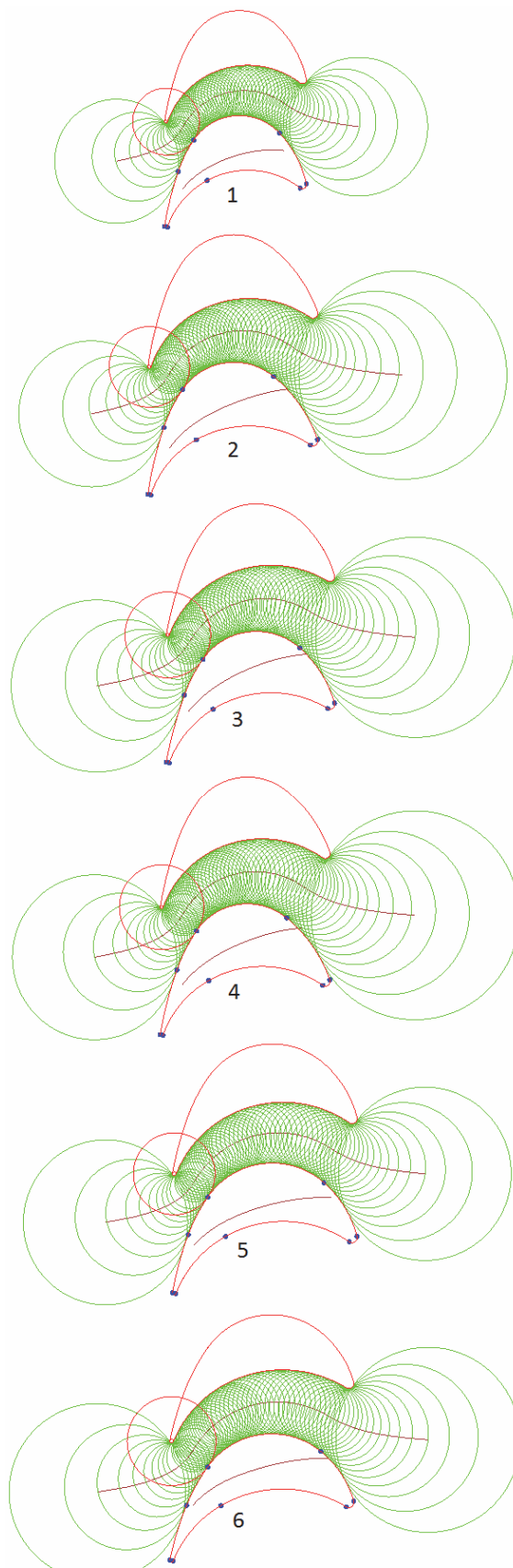


Рис. 5 – Профили и каналы корневых сечений рабочей решетки первых шести ступеней ЦСД турбины К-800-23,5

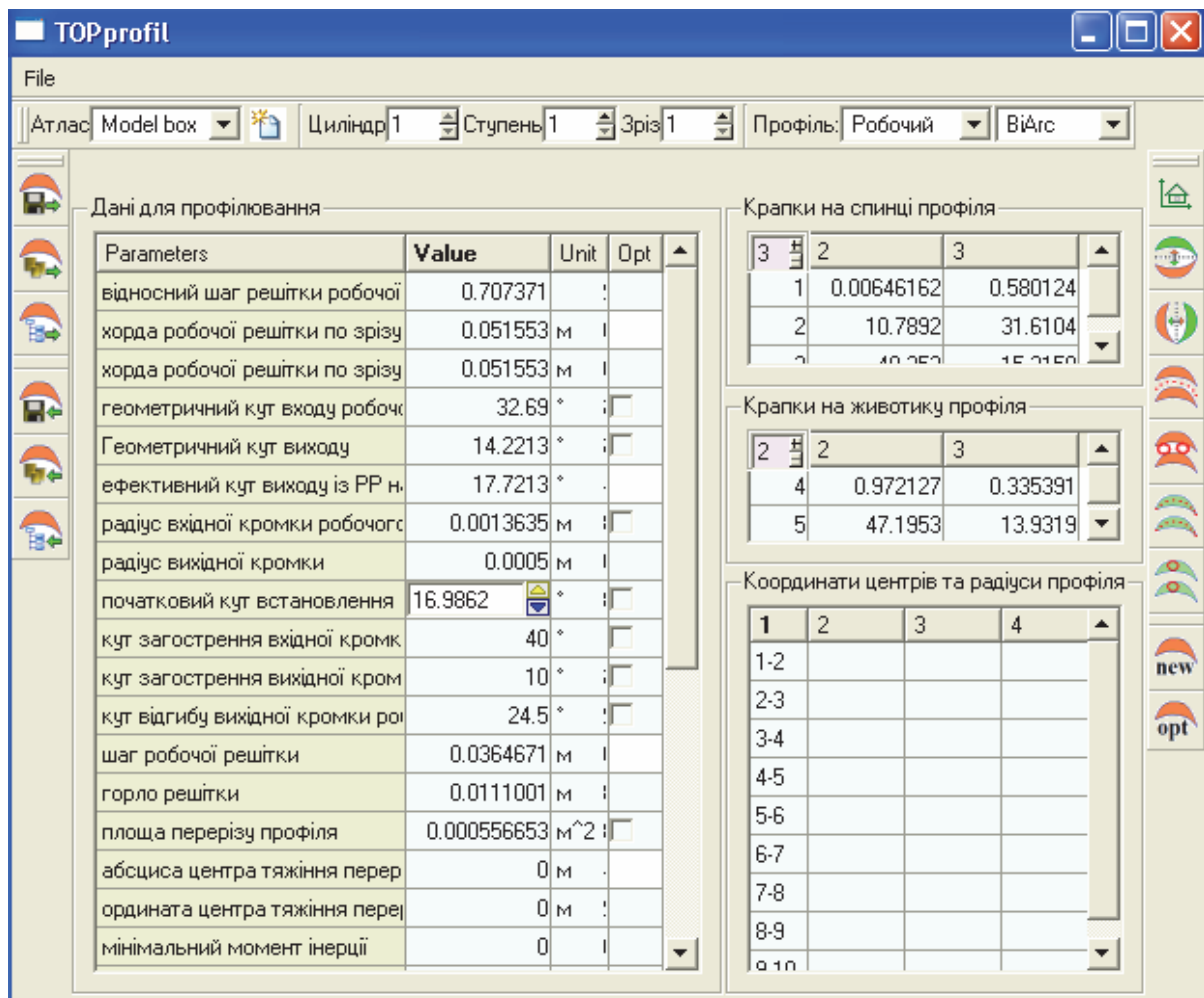


Рис. 6 – Диалоговое окно проектирования турбинных профилей с помощью ViArc-кривых

ється в том, що вона безпосередньо пов'язана з єдиним інтегрованим інформаційним простором проектів багатоступінчатих проточних частин осевих турбін, що дозволяє проектувати турбінні профілі соплової і робочої решіток будь-якого сечення будь-якої турбінної ступені, проектуємої (оптимізуємої) осевої турбіни.

Обсуждение результатов

Как указывалось, ранее, в настоящее время разработаны ряд методов построения профилей турбинных решеток, с помощью которых (используя параметры управления) можно целенаправленным поиском получать наилучшие из множества построенных по выбранной методике [1]. Предлагаемый в статье метод, отличающийся своей простотой и технологичностью, пополняет набор методов, предназначенных для получения эффективных профилей. В то же время, следует подчеркнуть, что накопленный десятилетиями опыт турбостроения говорит о целесообразности получения профилей с плавно меняющейся кривизной вдоль обвода профиля. Однако, как указывалось ранее в

литературе [16], вопрос, касающийся характера изменения кривизны вдоль контура профиля до конца не изучен. Поэтому предлагаемый метод построения профилей, пополняя набор возможных методов построения с применением целенаправленного выбора наилучшего варианта, предоставляет конструктору возможность его применения в случае жестких технологических ограничений при изготовлении лопаток.

Выводы

Разработан метод построения турбинных профилей, который позволяет описывать контуры выпуклой и вогнутой частей профиля с помощью парных дуг окружностей. Последнее дает широкие возможности учета технологии изготовления пера лопаток с помощью фрез. Метод позволяет ставить оптимизационные задачи и получать наиболее эффективные профили данного класса как по геометрическому критерию минимума максимума кривизны, так и по минимальным потерям в решетках.

Список литературы

- 1 **Бойко, А. В.** Проектирование оптимальных турбинных профилей с помощью кубических интерполяционных сплайнов / **А. В. Бойко, А. П. Усатый, В. С. Баранник** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 9(1181). – С. 31–36. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.09.04.
- 2 **Fazil, J.** Investigation of airfoil profile design using reverse engineering Bezier curve / **J. Fazil, V. Jayakumar** // Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2011. – № 7. – P. 43–52. – ISSN 2466-4308.
- 3 **Бойко, А. В.** Пространственная оптимизация лопатки прямой турбинной решетки с изменением профиля по высоте / **А. В. Бойко, Ю. Н. Говорущенко, В. С. Баранник** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2013. – № 14(988). – С. 5–10. – Бібліогр. : 4 назв. – ISSN 2078-774X.
- 4 **Кожевников, С. Н.** Геометрический критерий плавности контура профиля турбинной лопатки / **С. Н. Кожевников** // Известия высших учебных заведений. Серия: Энергетика. – Минск, 1989. – С. 91–93.
- 5 **Русанов, А. В.** Метод аналитического профилирования лопаточных венцов проточных частей осевых турбин / **А. В. Русанов, Н. В. Пашенко, А. И. Косьянова** // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009. – Т. 2, № 7. – С. 32–37. – ISSN 1729-3774.
- 6 **Виноградов, Л. В.** Аналитический обвод спинки соплового профиля / **Л. В. Виноградов** // Материалы 77-й международной научно-технической конференции ААИ «Автомобиль- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров», 27–28 марта 2012 г. – Москва : МГТУ «МАМИ». – С. 48–55. – Режим доступа: http://mami.ru/science/aa17/scientific/article/s02/s02_07.pdf. – 22.01.2014.
- 7 Профили направляющих лопаток постоянного сечения паровых стационарных турбин. Типы, основные параметры и размеры. ОСТ 108.260.01-84. – Москва, 1984. – 59 с.
- 8 Профили рабочих лопаток постоянного сечения паровых стационарных турбин. Типы, основные параметры и размеры. ОСТ 108.260.02- 84. – Москва, 1984. – 23 с.
- 9 **Piegl, L.** BiArc approximation of NURBS curves / **L. Piegl, W. Tiller** // Comput-Aided Des. – 2005. – No. 34(11). – P. 807–814.
- 10 **Held, M.** BiArc approximation of polygons within asymmetric tolerance bands / **M. Held, J. Eibl** // Comput-Aided Des. – 2005. – No. 37(4). – P. 357–371.
- 11 **Tseng, Y.-J.** Numerically controlled machining of free-form curves using BiArc approximation / **Y.-J. Tseng, Y.-D. Chen, C.-C. Liu** // Int J Adv Manuf Technol. – 2001. – No. 17(11). – P. 783–790.
- 12 **Tae-wan, Kim.** Internal energy minimization in BiArc interpolation, Received: 3 September 2008 / **Tae-wan Kim, Yoo-chul Kim, Jung-chun Suh, Sanyuan Zhang, Zhouwang Yang** // Int J Adv Manuf Technol. – 2009. – No. 44. – P. 1165–1174. – doi: 10.1007/s00170-009-1929-7.
- 13 **Kazimierz Jakubczyk.** Approximation of Smooth Planar Curves by Circular Arc Splines May 30, 2010 (rev. January 28, 2012). – Mode of access: <http://kaj.uniwersytetradom.pl/prace/BiArcs.pdf>. – 02.12.2014.
- 14 Tirupathi R. Chandrupatla, Department of Mechanical Engineering, Thomas J. Osler, Department of Mathematics Rowan University Glassboro, New Jersey 08028, Planar BiArc Curves – A Geometric View . – Mode of access: <https://pdfs.semanticscholar.org/7fc2/6b2b76d94a88c8dab7ea17ac97d22dcc117d.pdf>. – 12.01.2016.
- 15 Ryan Juckett, BiArc Interpolation, May 16, 2014. – Mode of access: <http://www.ryanjuckett.com/programming/biarc-interpolation>. – 12.01.2016.
- 16 **Бойко, А. В.** Оптимальное проектирование проточной части осевых турбин : моногр. / **А. В. Бойко**. – Харьков : Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1982. – 152 с.
- 17 **Аронов, Б. М.** Профилирование лопаток авиационных газовых турбин / **Б. М. Аронов, М. И. Жуковский, В. А. Журавлев**. – Москва : Машиностроение, 1975. – 192 с.

Bibliography (transliterated)

- 1 **Boiko, A. V., Usaty, A. P. and Barannik, V. S.** (2016), "Designing Optimal Turbine Profiles Using Cubic Interpolation Spline", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, No. 9(1181), pp. 31–36, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2016.09.04.
- 2 **Fazil, J. and Jayakumar, V.** (2011), "Investigation of airfoil profile design using reverse engineering Bezier curve", *Journal of Engineering and Applied Sciences*, No. 7, pp. 43–52, ISSN 2466-4308.
- 3 **Boiko A. V., Govorushchenko Yu. N., Barannik V. S.** (2013), "The spatial optimization of direct turbine row blade by changing profile in height", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, No. 14(988), pp. 5–10, ISSN 2078-774X.
- 4 **Kozhevnikov, S. N.** (1989), "Geometric criterion of contour profile smoothness of the turbine blades", *Proceedings of the higher educational institutions. Series: Energy*, pp. 91–93, Minsk.
- 5 **Rusanov, A. V., Pashchenko, N. V. and Kosyanova, A. I.** (2009), "Analytical method of blade profiling of axial turbines flow paths", *Eastern European Journal of Advanced Technologies*, Vol. 2, No. 7, pp. 32–37, ISSN 1729-3774.
- 6 **Vinogradov, L. V.** (2012), "Analytical circumscription of low-pressure side of the nozzle profile", *Proceedings of the 77th International Scientific and Technical Conference AAI "Automobile and Tractor in Russia: Development Priorities and training"*, 27–28 March 2012, pp. 48–55, Moscow State Technical University "MAMI", Moscow, available at: http://mami.ru/science/aa17/scientific/article/s02/s02_07.pdf (accessed 22 January 2014).
- 7 (1984), OST 108.260.01-84. The nozzles profiles of permanent section of the stationary steam turbines. The types, basic parameters and dimensions, Moscow, Russia.

- 8 (1984), OST 108.260.02-84. The working blades profiles of permanent section of stationary steam turbines. The types, basic parameters and dimensions, Moscow, Russia.
- 9 **Piegl, L. and Tiller, W.** (2002), "BiArc approximation of NURBS curves", *Comput-Aided Des*, No. 34(11), pp. 807–814.
- 10 **Held, M., Eibl, J.** (2005), "BiArc approximation of polygons within asymmetric tolerance bands", *Comput-Aided Des*, No. 37(4), pp. 357–371.
- 11 **Tseng, Y.-J., Chen, Y.-D. and Liu C.-C.** (2001), "Numerically controlled machining of freeform curves using BiArc approximation", *Int J Adv Manuf Technol*, No. 17(11), pp. 783–790.
- 12 **Tae-wan Kim, Yoo-chul Kim, Jung-chun Suh, Sanyuan Zhang and Zhouwang Yang.** (2009), "Internal energy minimization in BiArc interpolation", *Int J Adv Manuf Technol*, No. 44, pp. 1165–1174, doi: 10.1007/s00170-009-1929-7.
- 13 **Kazimierz Jakubczyk.** (2010), Approximation of Smooth Planar Curves by Circular Arc Splines May 30, 2010 (rev. January 28, 2012), available at: <http://kaj.uniwersytetradom.pl/prace/Biarcs.pdf> (accessed 2 December 2014).
- 14 Tirupathi R. Chandrupatla, Department of Mechanical Engineering, Thomas J. Osler, Department of Mathematics Rowan University Glassboro, New Jersey 08028, Planar BiArc Curves – A Geometric View, available at: <https://pdfs.semanticscholar.org/7fc2/6b2b76d94a88c8dab7ea17ac97d22dccc117d.pdf> (accessed 12 January 2016).
- 15 Ryan Juckett, BiArc Interpolation, May 16, 2014, available at: <http://www.ryanjuckett.com/programming/biarc-interpolation> (accessed 12 January 2016).
- 16 **Boiko, A. V.** (1982), *Optimal design of the axial turbine flow path*, Vishcha school. Publishing house at Kharkov Un-ty, Kharkov, Russian.
- 17 **Aronov, B. M., Zhukovsky, M. I. and Zhuravlev, V. A.** (1975), *Profiling the blades of aviation gas turbines*, Engineering, Moscow.

Сведения об авторах (About authors)

Бойко Анатолий Владимирович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры турбиностроения, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, Украина; e-mail: aboiko@kpi.kharkov.ua, ORCID 0000-0003-4549-3577.

Boiko Anatoly – Doctor of Technical Science, Professor, Professor of Turbine Projection Chair named after prof. Makovski V. M., National Technical university "Kharkov Polytechnic Institute", Kharkov, Ukraine.

Усатый Александр Павлович – доктор технических наук, старший научный сотрудник, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», профессор кафедры турбиностроения, г. Харьков, Украина; e-mail: alpaus@ukr.net, ORCID 0000-0002-8568-5007.

Usaty Alexander – Doctor of Technical Science, Senior researcher, Professor of Turbine Projection Chair named after prof. Makovski V. M., National Technical university "Kharkov Polytechnic Institute", Kharkov, Ukraine.

Пожалуйста ссылаетесь на эту статью следующим образом:

Бойко, А. В. Использование BiArc-кривых для описания контура турбинных профилей / **А. В. Бойко, А. П. Усатый** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 8(1230). – С. 20–27. – Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2017.08.03.

Please cite this article as:

Boiko, A. and Usaty, A. (2017), "Use BiArc-Curves for Contour Description of the Turbine Profiles", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, No. 8(1230), pp. 20–27, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2017.08.03.

Будь ласка посилаетесь на цю статтю наступним чином:

Бойко, А. В. Використання BiArc-кривих для опису контуру турбінних профілів / **А. В. Бойко, О. П. Усатий** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 8(1230). – С. 20–27. – Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2017.08.03.

АНОТАЦІЯ У роботі розглянута можливість використання BiArc-кривих для математичного опису турбінних профілів. Наведено елементи теорії побудови BiArc-кривих. Розглянуто особливості опису контурів опуклою і увігнутою частин турбінних профілів за допомогою BiArc-кривих. Описано алгоритм автоматичної побудови контурів турбінних профілів з використанням геометричного критерію якості, що забезпечує максимальну плавність ділянок BiArc-кривих. Наведені приклади побудови турбінних профілів з використанням BiArc-кривих з різними вихідними даними.

Ключові слова: BiArc-крива, турбінна решітка, турбінний профіль, математичний опис форми турбінного профілю.

Поступила (received) 08.02.2017