

А. В. ЕФИМОВ, Ю. В. РОМАШОВ, В. Л. КАВЕРЦЕВ

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА НА НЕСТАЦИОНАРНУЮ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В СТЕНКЕ БАРАБАНА ПАРОВОГО КОТЛА

Рассматривается нестационарная теплопроводность в стенке барабана парового котла с учетом температурных зависимостей теплофизических характеристик материала. Показано, что для решения таких задач целесообразно применять математические формулировки задач теплопроводности в виде системы уравнений для температуры и компонент теплового потока. Установлено, что способ учета температурных зависимостей теплофизических характеристик материала заметно влияет на результаты расчетов нестационарной теплопроводности в стенке барабана парового котла.

Ключевые слова: паровой котел, барабан, теплофизические характеристики материала, аппроксимация температурных зависимостей, нестационарная теплопроводность, температурное поле, переходный процесс, длительность переходного процесса, метод полудискретизации, метод сеток.

О. В. ЄФІМОВ, Ю. В. РОМАШОВ, В. Л. КАВЕРЦЕВ

ВІПЛИВ ТЕМПЕРАТУРНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРІАЛУ НА НЕСТАЦІОНАРНУ ТЕПЛОПРІВІДНІСТЬ В СТІНЦІ БАРАБАНА ПАРОВОГО КОТЛА

Розглядається нестационарна теплопровідність в стінці барабана парового котла з урахуванням температурних залежностей теплофізичних характеристик матеріалу. Показано, що для вирішення таких задач доцільно застосовувати математичні формулювання завдань теплопровідності у вигляді системи рівнянь для температури і компонент теплового потоку. Встановлено, що спосіб врахування температурних залежностей теплофізичних характеристик матеріалу помітно впливає на результати розрахунків нестационарної теплопровідності в стінці барабана парового котла.

Ключові слова: паровий котел, барабан, теплофізичні характеристики матеріалу, апроксимація температурних залежностей, нестационарна теплопровідність, температурне поле, перехідний процес, тривалість перехідного процесу, метод полудискретизації, метод сіток.

A. YEFIMOV, YU. ROMASHOV, V. KAVERTSEV

INFLUENCE OF TEMPERATURE DEPENDENCES OF THERMOPHYSICAL CHARACTERISTICS ON THE NONSTATIONARY HEAT CONDUCTIVITY IN THE DRUM WALL OF STEAM BOILER

The purpose of this research was to estimate the error in the simulation data of the processes of nonstationary heat conductivity that occur in the drum wall of a steam boiler due to the linearization of heat conductivity equation as a result of the averaging of temperature dependences of thermophysical characteristics of the material. It was shown that in the general case when the temperature dependences of thermophysical characteristics of the material are represented by the approximations of tabulated prescribed functions it is reasonable to use the mathematical formulation of the heat conductivity problem in the form of complete equation system that includes the heat balance law and the Fourier law for the investigation of nonstationary heat conductivity in the drum wall of steam boiler. Using the method of semi-descretization we obtain the sought unknown values in the form of time functions of nodal temperature values and heat flow components and for them we obtain the differential equation system and nonlinear algebraic equation system that interrelate nodal temperature values and heat flow components. It was shown that the linearization of heat conductivity equation due to the averaging of temperature dependences of thermophysical characteristics of the material introduces no substantial errors to the obtained data only in a narrow temperature range of the averaging that is limited by extreme temperature values at body points. In the general case the linearization of heat conductivity equation due to the averaging of temperature dependences of thermophysical characteristics of the material can bring in noticeable errors in the research data of nonstationary temperature fields that are induced in the drum wall of steam boiler.

Key words: steam boiler, drum, thermophysical characteristics of the material, approximation of temperature dependences, nonstationary conductivity, temperature field, transient process, method of semi-descretization, grid methods.

Введение

Температурное состояние барабана заметно ограничивает возможные режимы эксплуатации, особенно возможности быстрого запуска и останова паровых котлов, поэтому проблемам изучения температурного состояния барабанов паровых котлов в настоящее время уделяется очень много внимания, о чем свидетельствуют многочисленные научные публикации по этой тематике, и, в частности, работы [1–4]. Нестационарная теплопроводность стенки в значительной степени опреде-

ляет температурное и состояние барабана в целом, а также температурные напряжения в металле барабана, поэтому тема данного исследования, в котором осуществляется учет температурных зависимостей теплофизических характеристик и изучается его влияние на результаты компьютерного моделирования нестационарной теплопроводности в стенке барабана паровых котлов, является актуальной. Результаты таких исследований представляют также практический интерес для совершенствования режимов эксплуатации и конструкций паровых котлов теплоэнергетики и энергетическо-

© А. В. Ефимов, Ю. В. Ромашов, В. Л. Каверцев, 2018

го машиностроения.

Цель работы

При изучении процессов нестационарной теплопроводности в элементах конструкций часто пренебрегают температурными зависимостями теплофизических характеристик конструкционных материалов. Это приводит к линейному уравнению теплопроводности и за счет этого существенно упрощает математическое моделирование процессов нестационарной теплопроводности, однако вносит в результаты некоторую погрешность. Целью данной работы является оценка погрешности в результатах моделирования процессов нестационарной теплопроводности в стенке барабана парового котла, приобретаемой из-за осреднения температурных зависимостей теплофизических характеристик материала и линеаризации уравнения нестационарной теплопроводности.

Математическая формулировка задачи

Математическая формулировка задачи нестационарной теплопроводности включает в себя уравнения, полученные на основе баланса тепла в элементарном объеме и закона теплопроводности Фурье, а также необходимые начальные и граничные условия [5–7], которые для изучения теплопроводности стенки барабана парового котла могут, например, иметь следующий вид [4]:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = -\left(\frac{\partial q}{\partial r} + \frac{q}{r}\right), \quad a < r < b, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

$$q = -\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial r}, \quad a \leq r < b, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

$$T(x, 0) = T_0, \quad T_0 = \text{const}, \quad a < r \leq b, \quad (3)$$

$$T(a, t) = T_a, \quad q(b, t) = 0, \quad T_a = \text{const}, \quad t \geq 0, \quad (4)$$

где r – радиальная координата вдоль стенки;
 t – время; $T(r, t)$ и $q(r, t)$ – поле температуры и радиальной компоненты теплового потока;

a и b – внутренний и наружный радиусы барабана;

T_0 – температура барабана в момент времени $t = 0$;

T_a – температура внутренней поверхности барабана;

$c(T)$, $\rho(T)$ и $\lambda(T)$ – теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности материала стенки.

Учтем закон Фурье (2) в соотношении (1) баланса тепла в элементарном объеме и в результате получим:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda(T)\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{d\lambda}{dT}\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)^2. \quad (5)$$

Если принять, что теплоемкость $c(T)$, плотность $\rho(T)$ и коэффициент теплопроводности $\lambda(T)$ материала не зависят от температуры, т.е. являются константами, то уравнение (5) существенно упрощается, и принимает частный вид, отвечающий известному линейному уравнению теплопроводности [4–7]. В общем случае уравнение теплопроводности (5) оказывается нелинейным, и, самое главное, в нем имеется слагаемое с множителем $d\lambda/dT$, который достаточно сложно определить, поскольку температурная зависимость $\lambda(T)$ коэффициента теплопроводности для поликристаллического материала изначально известна только в табличном виде [8]. Располагая таблично заданной функцией $\lambda(T)$, можем построить ее аппроксимацию, которая будет достаточно точно определять значения функции $\lambda(T)$, не гарантируя при этом достаточно точного определения производной $d\lambda/dT$. С учетом отмеченного обстоятельства при использовании уравнения теплопроводности (5) погрешности аппроксимации производной $d\lambda/dT$ будут вносить погрешности в получаемые решения. Таким образом, в общем случае вместо уравнения (5) лучше рассматривать систему уравнений (1), (2), которая не содержит производной $d\lambda/dT$.

Метод решения

Для решения задачи теплопроводности (1)–(4) используем метод полудискретизации [9] с пространственной сеткой из n внутренних узлов, координаты которых обозначим $r_k = a + (k-1)\Delta r$, где $k = 1, 2, \dots, n$ – номер узла и $\Delta r = (b-a)/(n+1)$ – шаг сетки. Значения температуры и теплового потока в узлах сетки $T_k = T(r_k, t)$ и $q_k = q(r_k, t)$ являются функциями времени. Тогда вместо уравнений (1), (2) имеем соотношения относительно узловых значений следующего вида:

$$c_k \rho_k \frac{dT_k}{dt} = \left(\frac{q_{k-1}}{2\Delta r} - \frac{q_k}{r_k} - \frac{q_{k+1}}{2\Delta r}\right), \quad (6)$$

$$q_k = \frac{\lambda_k}{2\Delta r}(T_{k-1} - T_{k+1}), \quad (7)$$

где $c_k = c(T_k)$, $\rho_k = \rho(T_k)$ и $\lambda_k = \lambda(T_k)$.

В узлах сетки с номерами $k = 1$ и $k = n$ соотношения (6), (7) следует рассматривать с учетом граничных условий (4). Для этого в соотношениях (6), (7), отвечающих узлам $k = 1$ и $k = n$ просто следует учесть:

$$T_{k-1} = T_a, \quad q_{k-1} = -\frac{\lambda(T_a)}{2\Delta r}(-3T_a + 4T_k - T_{k+1}), \quad (8)$$

$$T_{k+1} = \frac{4}{3}T_{k-1} + \frac{1}{3}T_k, \quad q_{k+1} = 0. \quad (9)$$

Начальное условие (3) приводит к начальным условиям для узловых значений температуры следующего вида:

$$T_k(0) = T_0, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

Таким образом, в виде (6)–(9) получаем систему дифференциальных и алгебраических уравнений относительно узловых значений температуры и радиальной компоненты теплового потока. Эти уравнения с начальными условиями (10) приводим к задаче Коши канонического вида, которую решаем методом Мерсона с автоматическим выбором шага интегрирования [4].

Результаты расчетов

Рассмотрим температурные поля в стенке барабана парового котла, выполненного из стали марки 20 при следующих числовых значениях исходных данных:

$$a = 0,6 \text{ м}, \quad b = 0,616 \text{ м}, \quad T_0 = 573 \text{ К}, \quad T_a = 593 \text{ К}. \quad (11)$$

Для описания температурных зависимостей теплоемкости $c(T)$, плотности $\rho(T)$ и коэффициента теплопроводности $\lambda(T)$ материала используем аппроксимации, которые достаточно точно описывают табличные значения [8] соответствующих функций, что, в частности, для коэффициента теплопроводности материала иллюстрируется рис. 1:

$$\begin{aligned} \lambda(T) &\cong e^{4,89 - 5,09 \cdot 10^{-3} T + 1,04 \cdot 10^{-5} T^2 - 9,74 \cdot 10^{-9} T^3 + 3,09 \cdot 10^{-12} T^4}, \\ c(T) &\cong e^{8,60 - 1,92 \cdot 10^{-2} T + 5,08 \cdot 10^{-5} T^2 - 5,26 \cdot 10^{-8} T^3 + 1,87 \cdot 10^{-11} T^4}, \\ \rho(T) &\cong e^{8,97 - 4,39 \cdot 10^{-6} T}, \end{aligned} \quad (12)$$

где числовые значения получены методом наименьших квадратов по табличным данным температурных зависимостей соответствующих теплофизических характеристик стали марки 20, которые приведены в работе [8].

Для исследования влияния температурных зависимостей теплофизических характеристик материала на теплопроводность в стенке барабана парового котла, выполним расчеты для случая, когда теплофизические характеристики материала представлены средними значениями в узком температурном интервале:

$$c = \frac{T_a}{T_a - T_0}, \quad \rho = \frac{T_0}{T_a - T_0}, \quad \lambda = \frac{T_0}{T_a - T_0}, \quad (13)$$

где температурный интервал для осреднения характеристик материала отвечает исходным данным (11) рассматриваемой задачи теплопроводности.

Также выполним расчеты для случая, когда теплофизические характеристики материала представлены средними значениями в широком температурном интервале $300 \text{ К} \leq T \leq 1200 \text{ К}$ [8]:

$$c = \frac{\int_{300}^{1200} c(T) dT}{900}, \quad \rho = \frac{\int_{300}^{1200} \rho(T) dT}{900}, \quad \lambda = \frac{\int_{300}^{1200} \lambda(T) dT}{900}. \quad (14)$$

Средние значения (14) приходится использовать, когда априори точно неизвестны границы интервала значений температуры в точках исследуемого тела, либо когда отсутствуют точные данные о температурных зависимостях теплофизических характеристик материала.

Некоторые результаты расчетов, полученные для числа $n = 100$ узлов сетки, представлены на рис. 2. Расчеты показывают некоторое различие результатов, получаемых с учетом температурных зависимостей теплофизических характеристик материала и получаемых для средних значений (14) с помощью линеаризованного уравнения теплопроводности. Различие результатов, хотя и относительно небольшое, но, тем не менее, заметное.

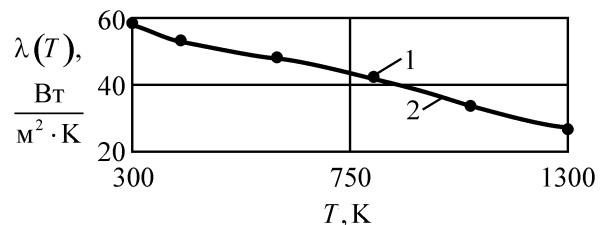


Рис. 1 – Температурная зависимость коэффициента теплопроводности стали марки 20, из которой часто изготавливают барабаны паровых котлов: 1 – исходные данные; 2 – аппроксимация исходных данных

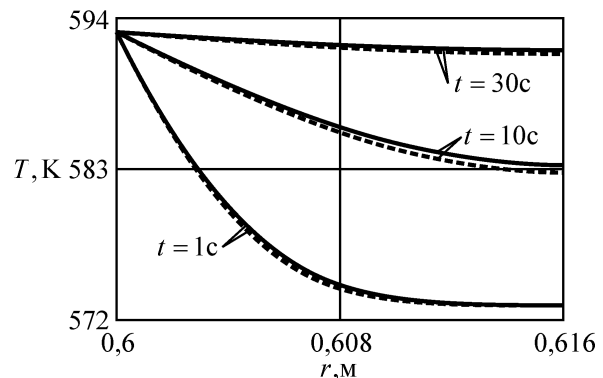


Рис. 2 – Результаты расчета поля температуры в разные моменты времени, полученные с аппроксимациями (кривые) и для осредненных (штрихи) в широком температурном интервале теплофизических характеристик материала

Обсуждение результатов

Из-за малой разницы между величинами T_0 и T_a , принятыми в исходных данных, результаты расчетов для теплофизических характеристик (12) и для средних значений (13) этих характеристик практически совпадают и не видны в масштабе

рис. 2. В то же время довольно заметна (рис. 2) разница результатов расчетов для исходных данных (12) и (14), из-за достаточно широкого температурного интервала для осреднения (14) теплофизических характеристик материала. Таким образом, линеаризация путем осреднения теплофизических характеристик уравнения теплопроводности приводит к достоверным результатам, если разница температуры в точках относительно небольшая и осреднение выполнено в узком температурном интервале, отвечающем температурным полям рассматриваемой задачи.

Выводы

Нестационарную теплопроводность стенки барабана парового котла без существенной потери точности можно рассматривать на основе линейного уравнения теплопроводности, только лишь когда априори известны наименьшее и наибольшее значения температуры и разница между ними достаточно малая и при условии, что теплофизические характеристики материала представлены средними значениями в соответствующем температурном интервале.

Список литературы

1. Wang X., Wang G., Chen H., Zhang L. Real-time temperature field reconstruction of boiler drum based on fuzzy adaptive Kalman filter and order reduction. *International Journal of Thermal Sciences*. 2017. Vol. 113. pp. 145–153.
2. Bouskela D. Multi-mode physical modelling of a drum boiler. *Procedia Computer Science*. 2016. Vol. 95. pp. 516–523.
3. Sunil P. U., Barve J., Nataraj P. S. V. Mathematical modeling, simulation and validation of a boiler drum: Some investigations. *Energy*. 2017. Vol. 126. pp. 312–325.
4. Ефимов А. В., Ромашов Ю. В., Каверцев В. Л. Температурные напряжения и оптимальное отношение внутреннего и наружного радиусов цилиндрической части сосудов давления парогенерирующих установок. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування*. Харків : НТУ «ХПІ», 2016. № 9(1181). С. 108–112.

Бібліогр.: 12 назв. ISSN 2078-774X. doi: 10.20998/2078-774X.2016.09.16.

5. Tritt Terry. *Thermal conductivity: theory, properties, and applications*. New York: Kluwer Academic / Plenum Publishers, 2004. 290 p.
6. Holman J. P. *Heat transfer*. New York: McGraw-Hill Companies Inc., 2010.
7. Tannehill J. C., Anderson D. A. and Pletcher R. H. *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Washington: Taylor & Francis, DC, 1997.
8. Чиркин В. С. *Теплофизические свойства материалов*. Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 356 с.
9. Fletcher C. A. J. *Computational techniques for fluid dynamics 1 Fundamental and General Techniques*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1988, 1991. 404 p.

References (transliterated)

1. Wang, X., Wang G., Chen, H. and Zhang L. (2017), "Real-time temperature field reconstruction of boiler drum based on fuzzy adaptive Kalman filter and order reduction", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 113, pp. 145–153.
2. Bouskela, D. (2016), Multi-mode physical modelling of a drum boiler, *Procedia Computer Science*, Vol. 95, pp. 516–523.
3. Sunil, P. U., Barve, J. and Nataraj, P. S. V. (2017). Mathematical modeling, simulation and validation of a boiler drum: Some investigations, *Energy*, Vol. 126, pp. 312–325.
4. Yefimov, A., Romashov, Yu. and Kavertsev, V. (2016), "Temperature Stresses and Optimum Ratio of the Inner and Outer Radii of the Cylindrical Parts of Pressure Vessels of Steam Generating Systems", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, no. 9(1181), pp. 108–112, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2016.09.16.
5. Tritt T. (ed.) (2004), *Thermal conductivity: theory, properties, and applications*, Kluwer Academic New York.
6. Holman, J. P. (2010), *Heat transfer*, McGraw-Hill Companies Inc., New York.
7. Tannehill, J. C., Anderson, D. A. and Pletcher, R. H. (1997), *Computational fluid mechanics and heat transfer*, Taylor & Francis, Washington, DC.
8. Chirkin, V. S. (1959), *Теплофизические свойства материалов*, Gosudarstvennoye izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury, Moscow, Russian
9. Fletcher, C. A. J. (1988, 1991), *Computational techniques for fluid dynamics 1 Fundamental and General Techniques*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.

Поступила (received) 15.02.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ефимов Олександр Вячеславович (Ефимов Александр Вячеславович, Yefimov Aleksander) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри парогенераторобудування; м Харків, Україна; e-mail: avefim@kpi.kharkov.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3300-7447>, Scopus: Author ID: 7202040387.

Ромашов Юрій Володимирович (Ромашов Юрий Владимирович, Romashov Yury) – доктор технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри парогенераторобудування, Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, професор кафедри прикладної математики; м Харків, Україна; e-mail: yu.v.romashov@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8376-3510>, Scopus: Author ID: 6602890228.

Каверцев Валерій Леонідович (Каверцев Валерий Леонидович, Kavertsev Valerii) – кандидат технічних наук, доцент кафедри парогенераторобудування, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна, e-mail: kaverseff@gmail.com.