

**В. И. ГНЕСИН, Л. В. КОЛОДЯЖНАЯ, Р. ЖАНДКОВСКИ, А. В. ДЕМЧЕНКО**

### **НЕСТАЦИОНАРНОЕ ОБТЕКАНИЕ И АЭРОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ РАБОЧИХ ЛОПАТОК СТУПЕНИ ТУРБОМАШИНЫ НА ЧАСТИЧНЫХ РЕЖИМАХ**

Предложен численный метод решения связанной задачи нестационарной аэродинамики и упругих колебаний лопаток под действием аэродинамических нагрузок. На основе решения связанной задачи аэроупругости выполнен численный анализ аэроупругого поведения лопаточного венца ротора последней ступени осевой турбины при неравномерном распределении давления за лопаточным венцом. Показано, что колебания рабочих лопаток венца являются устойчивыми с преобладающей частотой близкой к частоте собственной формы колебаний. Предложенный метод решения связанной аэроупругой задачи позволяет прогнозировать амплитудно-частотный спектр колебаний лопаток в потоке газа, включая вынужденные колебания и самовозбуждающиеся (флаттер или автоколебания).

**Ключевые слова:** численный метод, вязкий поток, автоколебания, связанная задача, нестационарная нагрузка, флаттер.

**В. І. ГНЕСІН, Л. В. КОЛОДЯЖНА, Р. ЖАНДКОВСКИ О. В. ДЕМЧЕНКО**

### **НЕСТАЦИОНАРНЕ ОБТІКАННЯ ТА АЕРОПРУЖНІ КОЛИВАННЯ РОБОЧИХ ЛОПАТОК СТУПЕНЯ ТУРБОМАШИНИ НА ЧАСТКОВИХ РЕЖИМАХ**

Запропоновано чисельний метод рішення зв'язаної задачі нестационарної аеродинаміки і пружних коливань лопаток під дією аеродинамічних навантажень. На основі рішення зв'язаної задачі аеропружності виконаний чисельний аналіз аеропружної поведінки лопаткового вінця ротора останнього ступеня осьової турбіни при нерівномірному розподілі тиску за лопатковим вінцем. Показано, що коливання робочих лопаток вінця є стійкими з переважаючою частотою близькою до частоти власної форми коливань. Запропонований метод рішення зв'язаної аеропружної задачі дозволяє прогнозувати амплітудно-частотний спектр коливань лопаток в потоці газу, включаючи вимушені коливання і що самозбуджуються (флатер або автоколивання).

**Ключові слова:** чисельний метод, в'язкий потік, автоколивання, зв'язана задача, нестационарне навантаження, флатер.

**V. GNESIN, L. KOLODYAZHNAYA, R. RZADKOWSKI, A. DEMCHENKO**

### **ANALYSIS OF NONSTATIONARY LOADINGS AND VIBRATION AMPLITUDES OF THE BLADES OF THE LAST TURBINE CASCADE TAKING INTO CONSIDERATION THE MISMATCH OF EIGENMODES**

Nonstationary phenomena caused by the blade vibration under the action of disturbing forces that are characterized by the energy exchange between the gas flow and the vibrating blades and make the foundation for a physical mechanism of self-excited oscillations that can either decay (aerodamping) or develop in the stable mode of self-induced vibrations or in the unstable mode of flutter that can result in the construction failure. One of the approaches to an increase in the vibration stability of the blades is the mismatch of eigenmodes and frequencies. Based on the developed mathematical model and the numerical method of aeroelastic behavior of the blade rim in the transonic gas flow (the coupled problem of nonstationary aerodynamics and elastic vibrations of the blades), we gave the numerical analysis of aeroelastic behavior of the turbine blade rim in the three-dimensional flow of ideal gas through the turbine cascade taking into consideration the mismatch of blade eigenmodes and frequencies. To solve the coupled problem we used the partially integral method that includes Euler integral equations and those of the dynamics of vibrating blades (modal approach) at each time step with the information exchange. This method of the solution of coupled aeroelastic problem enables the prediction of the amplitude-frequency spectrum of blade vibrations in the three dimensional flow of ideal gas, including forced vibrations, self-excited vibrations and self-induced vibrations in order to increase the efficiency and reliability of the blade rows of turbine machines. As a result of the investigation we obtained gas dynamic parameters in the form of nonstationary fields, nonstationary loads that have action on the blades and the amplitude and frequency spectra of blade vibrations.

**Key words:** mathematical model, blade rim, aeroelastic behavior, eigenmode and the ideal flow.

#### **Введение**

Необходимость моделирования переходных аэроупругих процессов, особенно на нерасчетных режимах течения, требует разработки численных методов решения связанных задач нестационарной аэродинамики и упругих колебаний лопаток в трехмерном потоке вязкого газа.

В данной работе авторами предложен численный метод одновременного интегрирования уравнений течения вязкого газа (осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса) и уравнений колебаний лопаток под действием мгновенных нестационарных нагрузок (с использованием модального подхода). Данный метод решения свя-

занной аэроупругой задачи позволяет прогнозировать амплитудно-частотный спектр колебаний лопаток в трехмерном потоке вязкого газа, включая вынужденные, самовозбуждающиеся колебания и автоколебания с целью повышения экономичности и надежности лопаточных аппаратов турбомашин [1–4].

#### **Цель работы**

Целью настоящего исследования является численный анализ влияния режима работы последней ступени турбомашин на нестационарные нагрузки и аэроупругие колебания лопаток с учетом неравномерного по окружности давления за

рабочим колесом.

### Постановка задачи

Трехмерное нестационарное трансзвуковое течение вязкого газа через ступень осевой турбомшины рассматривается в физической области и описывается полной системой осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, представленной в интегральной форме законов сохранения для конечного объема  $\Omega$ , ограниченного поверхностью  $\sigma$ , во вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  декартовой системе координат [1, 2]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U d\Omega + \oint_{\sigma} \bar{F} \cdot \bar{n} d\sigma + \int_{\Omega} H d\Omega = \int_{\sigma} \bar{R} \cdot \bar{n} d\sigma, \quad (1)$$

где  $U$  – символический вектор консервативных переменных;

$\bar{F}$  и  $\bar{R}$  – символические векторы конвективных и вязких потоков;

$H$  – источниковый член в неинерциальной системе координат;

$\bar{n}$  – вектор единичной нормали к поверхности  $\sigma$ .

Для расчета вязких потоков в уравнении (1) применяется алгебраическая модель турбулентности, основанная на оригинальной двухслойной модели Себеси и Смита и модифицированная Болдвином и Ломаксом [1].

Разностная сетка разбивается на сегменты, каждый из которых включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу венца. Каждый из сегментов дискретизируется с использованием гибридной  $H$ - $O$  разностной сетки [3, 4].

На рис. 1 приведены фрагменты разностной сетки – меридиональное сечение (рис. 1а) и тангенциальное сечение в корневом, среднем и периферийном сечениях лопатки (рис. 1б-г). Внешняя  $H$ -сетка остается неподвижной в течение всего расчета, а внутренняя  $O$ -сетка перестраивается на каждой итерации так, что ее внешние узлы остаются неподвижными, а внутренние жестко связаны с колеблющейся лопаткой.

Дискретная форма уравнений (1) получена с использованием разностной схемы Годунова 2-го порядка точности, обобщенной на случай произвольной пространственной деформируемой разностной сетки в виде [3]

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\Delta t} [3U^{n+1}\Omega^{n+1} - 4U_n\Omega_n + U_{n-1}\Omega_{n-1}] + \\ & + [(-Uw_n + E - R)\sigma]_{i+1} - [(-Uw_n + E - R)\sigma]_i + \\ & + [(-Uw_n + F - S)\sigma]_{j+1} - [(-Uw_n + F - S)\sigma]_j + \\ & + [(-Uw_n + G - Q)\sigma]_{k+1} - \\ & - [(-Uw_n + G - Q)\sigma]_k - H_n\Omega_n = 0. \quad (2) \end{aligned}$$

Здесь нижние и верхние индексы соответствуют «старым» и «новым» ячейкам;  $\sigma$  и  $w_n$  – площадь и нормальная скорость центра грани. Газодинамические параметры на «средних» гранях находятся из решения задачи Римана с использованием итерационного процесса.

В качестве граничных условий принимаются:

– на входе – давление и температура заторможенного потока, меридиональный и тангенциальный углы потока;

– на выходе – статическое давление за лопаточным венцом.

Граничные условия дополняются соотношениями на характеристиках во входном и выходном сечениях расчетной области.

Для численного интегрирования исходных уравнений применяется разностная схема Годунова-Колгана 2-го порядка точности по координатам и времени, обобщенная на случай произвольной пространственной деформируемой разностной сетки [3].

Динамическая модель колеблющейся лопатки описывается с использованием модального подхода [2, 3].

Аэроупругая модель связанной задачи основана на последовательном по времени интегрировании уравнений газодинамики и уравнений колебаний лопаток с обменом информацией на каждом шаге итерации [1–4].

### Численный анализ

Численное исследование проведено для лопаточного венца последней ступени турбины с учетом неравномерного распределения давления в окружном направлении за лопаточным венцом в трехмерном потоке вязкого газа для двух режимов.

В качестве граничных условий **1-го режима** приняты:

– давление и температура заторможенного потока перед венцом  $P_0 = 33000$ – $33200$  Па;  $T_0 = 344$ – $347$  К;

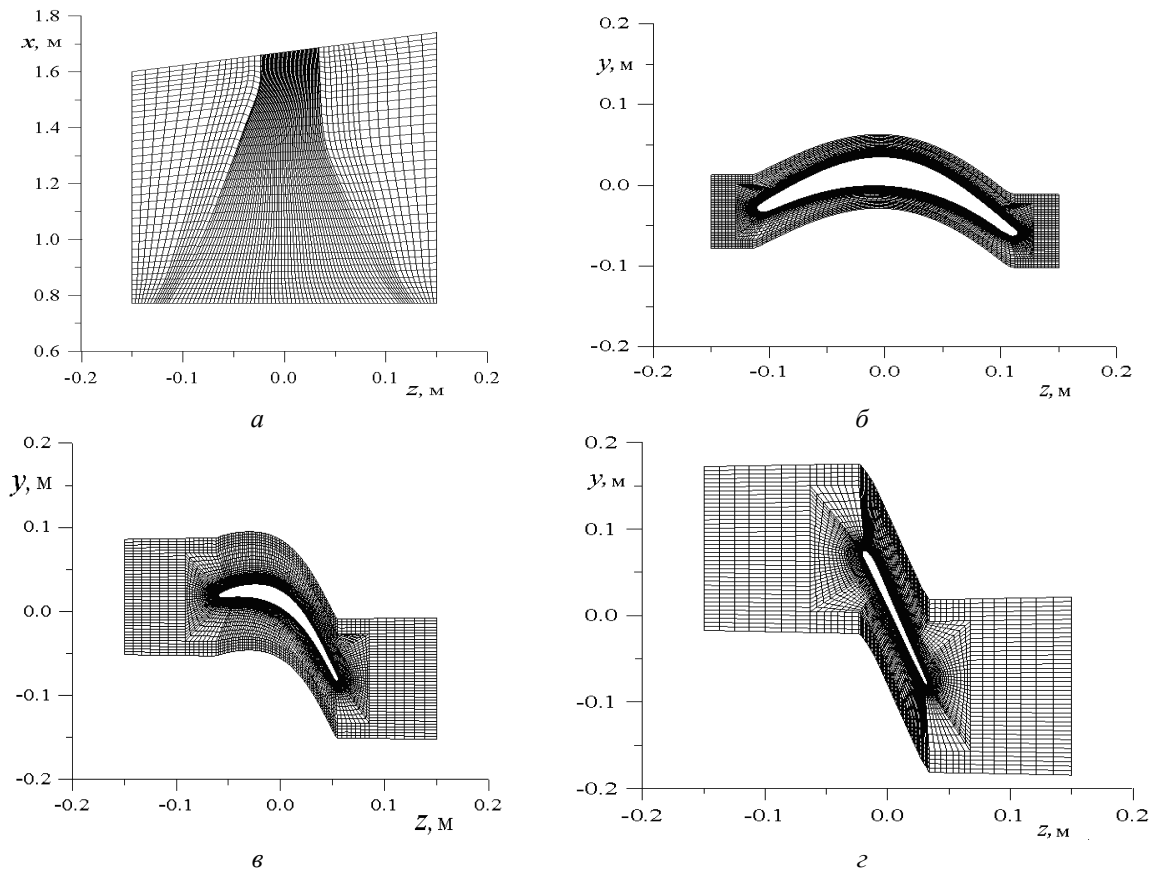


Рис. 1 – Дифференциальная разностная сетка:  
 а – меридиональное сечение; б – тангенциальное корневое сечение;  
 в – среднее сечение; г – периферийное сечение

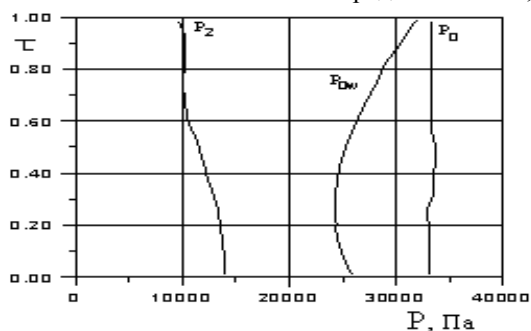


Рис. 2 – Распределение полного и статического давления по радиусу венца

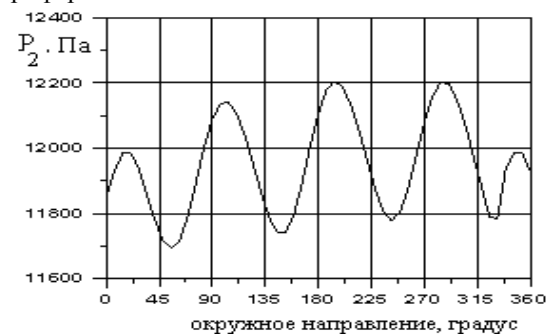


Рис. 3 – Распределение статического давления в окружном направлении венца

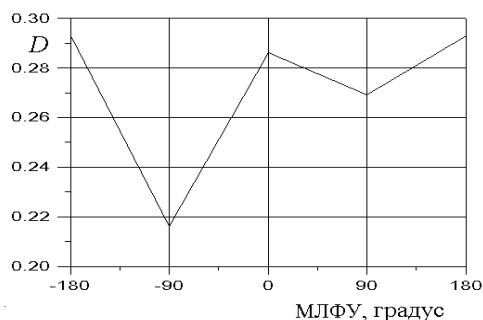


Рис. 4 – Зависимость осредненного по высоте лопатки коэффициента аэродемпфирования от МЛФУ

- углы потока в окружном ( $\alpha$ ) и радиальном ( $\gamma$ ) направлениях заданы;
- статическое давление за венцом принималось переменным по радиусу и в окружном направлении  $P_2 = 13950\text{--}9700$  Па (рис. 2–3);
- скорость вращения лопаточного венца  $n = 3000$  об/мин.

В расчетах учитывалась одна собственная форма с собственной частотой 110 Гц.

Проведены расчеты обтекания лопаточного венца при гармонических колебаниях при межлопаточных углах сдвига по фазе колебаний лопаток МЛФУ =  $0^\circ, 180^\circ, \pm 90^\circ$ .

Характер обмена энергией между потоком газа и колеблющимися лопатками показан на рис. 4, на котором приведен график влияния межлопаточного угла сдвига по фазе колебаний лопаток на осредненный по длине лопатки коэффициент аэродемпфирования, равный взятому со знаком «минус» коэффициенту работы  $W$  аэродинамических сил за один период колебаний

Как видно из графика (рис. 4), коэффициент аэродемпфирования  $D > 0$  ( $W < 0$ ) для всех значений МЛФУ, что соответствует отводу энергии от лопатки в поток (аэродемпфирование колебаний). Минимальные значения коэффициента аэродемпфирования соответствуют МЛФУ =  $-90^\circ$ , максимальное значение (наибольшее возбуждение) соответствует МЛФУ =  $0^\circ, 180^\circ$ .

Далее проведен расчет связанных колебаний лопаток. Время одного периода 0,08377 сек.

На рис. 5 приведены графики нестационарных аэродинамических нагрузок в окружном направлении, действующие в периферийном слое для МЛФУ =  $-90^\circ$  в течение пяти связанных периодов.

Перемещение периферийного сечения в окружном направлении ( $h_y$ ) для МЛФУ =  $-90^\circ$  с учетом одной собственной формы и амплитудно-частотный спектр показаны на рис. 6.

Как видно из графиков основной вклад в колебания лопатки вносит гармоника с частотой

близкой к частоте собственной формы колебаний ( $\sim 100$  Гц).

В качестве граничных условий 2-го режима приняты:

– давление и температура заторможенного потока перед венцом  $P_0 = 26390\text{--}27980$  Па;  
 $T_0 = 339\text{--}340^\circ\text{K}$ ;

– углы потока в окружном ( $\alpha$ ) и радиальном ( $\gamma$ ) направлениях заданы;

– статическое давление за венцом принималось переменным по радиусу и в окружном направлении  $P_2 = 12415\text{--}8500$  Па (рис. 7, 8).

На рис. 9 приведен график влияния межлопаточного угла сдвига по фазе колебаний лопаток на осредненный по длине лопатки коэффициент аэродемпфирования. Минимальные значения коэффициента аэродемпфирования соответствуют МЛФУ =  $-90^\circ$ .

Графики нестационарных аэродинамических нагрузок в окружном направлении, действующие в периферийном слое для МЛФУ =  $-90^\circ$  в течение десяти связанных периодов показаны на рис. 10.

Перемещения периферийного сечения в окружном направлении для МЛФУ =  $-90^\circ$  для 11 связанных периодов и их амплитудно-частотный спектр показаны на рис. 11.

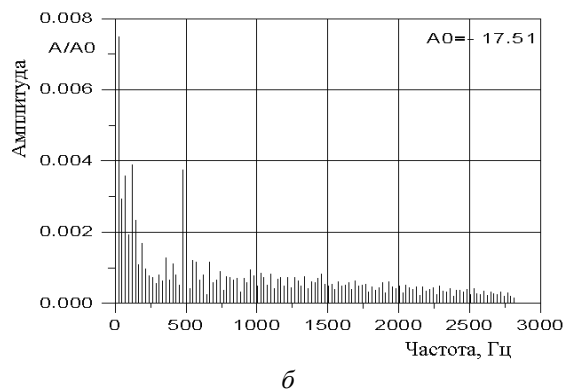
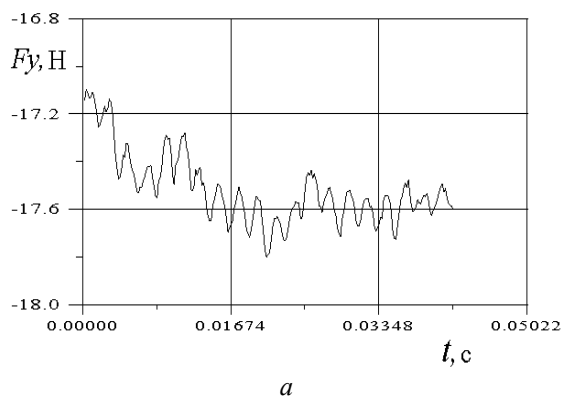


Рис. 5 – Изменение нестационарной аэродинамической силы, действующей на периферийный слой лопатки ротора: *а* – в окружном направлении; *б* – амплитудно-частотный спектр

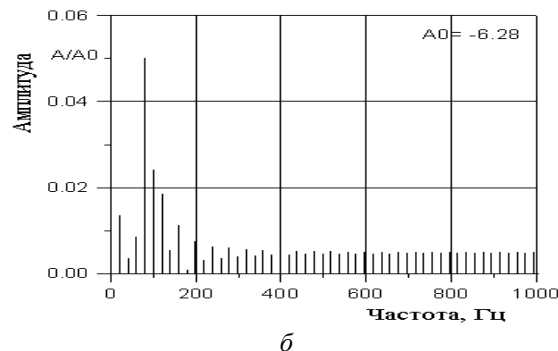
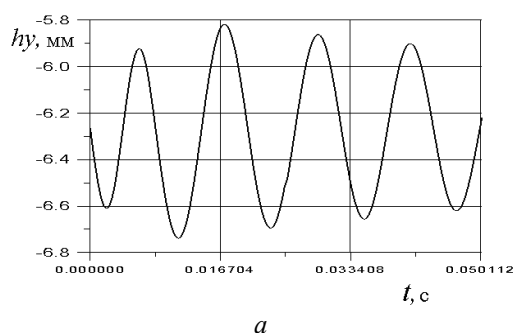


Рис. 6 – Перемещение периферийного сечения рабочей лопатки ротора: *а* – в окружном направлении; *б* – амплитудно-частотный спектр

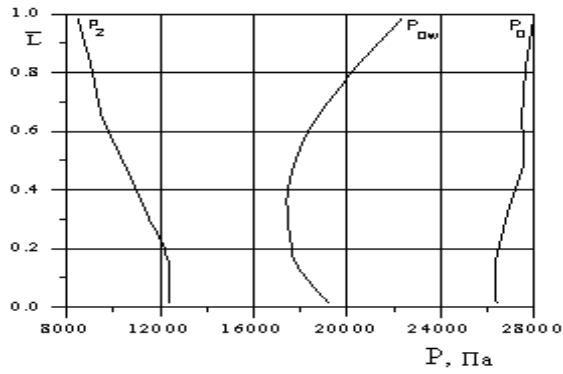


Рис. 7 – Распределение полного и статического давления по радиусу венца

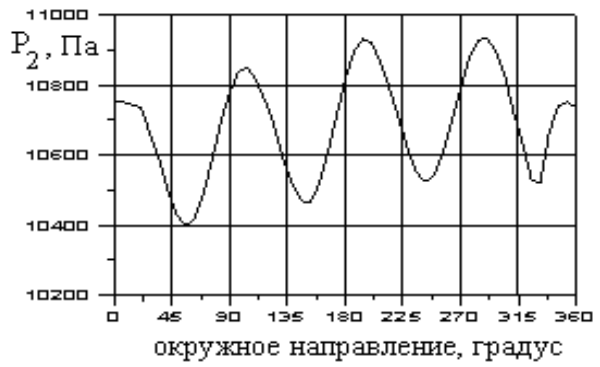


Рис. 8 – Распределение статического давления в окружном направлении венца

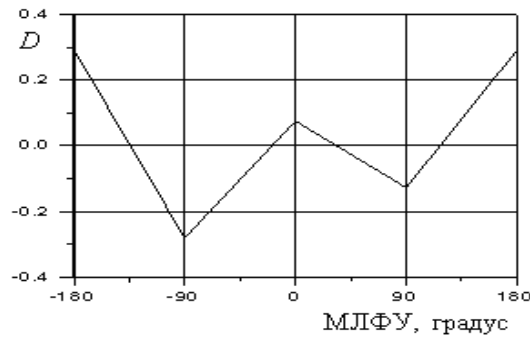


Рис. 9 – Зависимость осредненного по высоте лопатки коэффициента аэродемпфирования от МЛФУ

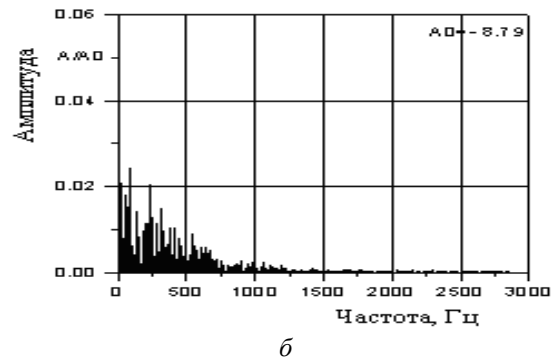
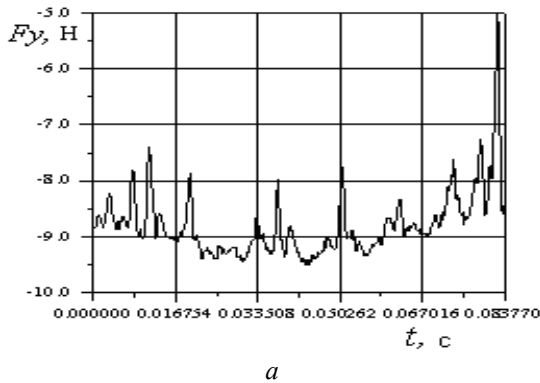


Рис. 10 – Изменение нестационарной аэродинамической силы, действующей на периферийный слой лопатки ротора: а – в окружном направлении; б – амплитудно-частотный спектр

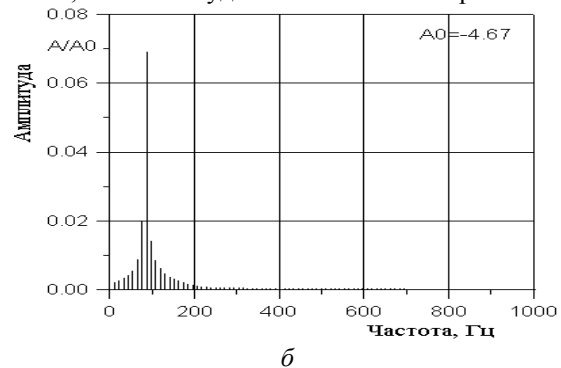
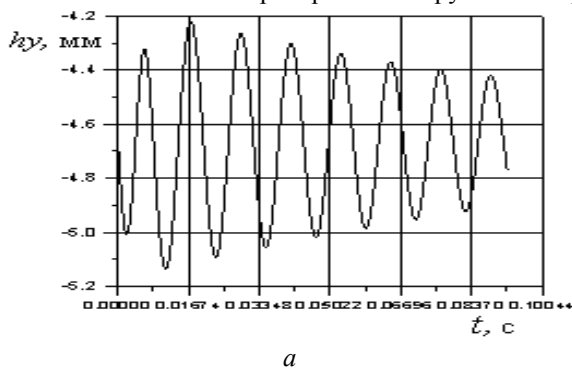


Рис. 11 – Перемещение периферийного сечения рабочей лопатки ротора: а – в окружном направлении; б – амплитудно-частотный спектр

### Выводы

Проведен численный анализ влияния режима работы лопаточного венца турбины на нестационарные нагрузки и амплитуды колебаний рабочих лопаток на основе решения связанной задачи нестационарной газодинамики и упругих колебаний лопаток для двух режимов.

С увеличением перепада давления на лопаточный венец для 1-го режима растет средняя нагрузка. С увеличением степени неравномерности за рабочим колесом также увеличивается амплитуда колебаний рабочих лопаток для данного режима.

Основной вклад в колебания лопаток вносят колебания с частотой близкой к частоте собственной формы.

Предложенный метод позволяет прогнозировать режимы колебаний лопаток, включая вынужденные колебания, автоколебания, флаттер с целью повышения надежности лопаточных аппаратов турбомашин.

### Список литературы

1. Gnesin, V. I., Rzakowski R. and Kolodyazhnaya L. V. Numerical Modelling of fluid – structure interaction in a turbine stage for 3D viscous flow in nominal and off-design regimes. *Proceedings of ASME TURBO EXPO 2010*. GT2010-23779. Glasgow, UK, 2010. – pp. 1–9.
2. Gnesin V. I., Kolodyazhnaya L. V. Numerical Modelling of Aeroelastic Behaviour for Oscillating Turbine Blade Row in 3D Transonic Ideal Flow. *J. Problems in Mash. Eng.* 1999. Vol. 1, No. 2. pp. 65–76.

3. Rzakowski R., Gnesin V. I., Kolodyazhnaya L. Rotor Blade Flutter in Last Stage of LP Steam Turbine. *Proceedings of the 14th International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics & Aeroelasticity of Turbomachines ISUAAAT14 8-11, September 2015*. Stockholm, Sweden. 2015. I14-S1-4. pp. 1–6.
4. Гнесин В. И., Колодяжная Л. В., Жандковски Р. Численный анализ трёхмерного нестационарного потока идеального газа в последней ступени турбомшины с учётом неосесимметричного выхлопного патрубка. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування*. Харків : НТУ «ХПІ», 2016. № 8(1180). С. 47–53. Бібліогр.: 8 назв. ISSN 2078-774X. doi: 10.20998/2078-774X.2016.08.06.

### References (transliterated)

1. Gnesin, V. I., Kolodyazhnaya, L. V. and Rzakowski, R. (2010), "Numerical Modelling of fluid – structure interaction in a turbine stage for 3D viscous flow in nominal and off-design regimes", *Proceedings of ASME TURBO EXPO 2010*, Glasgow, UK, GT2010-23779, pp. 1–9.
2. Gnesin, V. I. and Kolodyazhnaya, L. V. (1999), "Numerical Modelling of Aeroelastic Behaviour for Oscillating Turbine Blade Row in 3D Transonic Ideal Flow", *J. Problems in Mash. Eng.*, Vol. 1, No. 2, pp. 65–76.
3. Rzakowski R., Gnesin, V. I., Kolodyazhnaya, L. V. (2015), "Rotor Blade Flutter in Last Stage of LP Steam Turbine", *Proceedings of the 14th International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics & Aeroelasticity of Turbomachines ISUAAAT14 8-11, September 2015, Stockholm, Sweden*, I14-S1-4, pp. 1–6.
4. Gnesin, V., Kolodyazhnaya, L. and Rzakowski, R. (2016), "Numerical Analysis of the Three-Dimensional Nonstationary Flow of Ideal Gas in the Last Stage of Turbine Machine Taking into Consideration the Nonaxisymmetric Exhaust Pipe Branch", *Bulletin of NTU "KHP"*. Series: Power and heat engineering processes and equipment, no. 8(1180), pp. 47–53, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2016.08.06.

Поступила (received) 12.03.2018

### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Гнесін Віталій Ісайович (Гнесин Виталий Исаевич, Gnesin Vitaly)** – доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник відділу гідроаеромеханіки енергетичних машин, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України; м. Харків, Україна; e-mail: gnesin@ipmach.kharkov.ua, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6411-6158>.

**Колодяжна Любов Володимирівна (Колодяжная Любовь Владимировна, Kolodyazhnaya Lyubov)** – доктор технічних наук, старший науковий співробітник відділу гідроаеромеханіки енергетичних машин, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України; м. Харків, Україна; e-mail: lyubovvladimirovna60@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5469-4325>.

**Жандковски Ромуальд (Жандковски Ромуальд, Rzakowski Romuald)** – доктор технічних наук, професор, завідувач відділом динаміки та аеропружності, Інститут проточних машин ПАН, м. Гданьск, Польща; e-mail: z3@imp.gda.pl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0560-1222>.

**Демченко Олексій Володимирович (Демченко Алексей Владимирович, Demchenko Alexey)** – аспірант, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України; м. Харків, Україна; e-mail: demchenkoav99@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0069-4263>.