

**Б. Ф. ЗАЙЦЕВ, Н. Н. ГРИШИН, Т. В. ПРОТАСОВА, В. В. ДМИТРИК, А. П. УСАТЫЙ**

### **ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННОГО И ВИБРАЦИОННОГО СОСТОЯНИЙ РОТОРА ПАРОВОЙ ТУРБИНЫ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФЕКТА**

Рассматриваются колебания двухопорного весомого ротора паровой турбины с приобретенным дефектом в виде поперечной трещины в поле температур от рабочей среды. Используется трехмерная модель колебаний ротора с поперечной дышащей трещиной. Переменное двумерное температурное поле определяется из решения нестационарной задачи теплопроводности. Выполнена оценка напряженного состояния, коэффициентов интенсивности напряжений вдоль фронта трещины и условий контакта берегов трещины в различных фазах вращения ротора. Исследовано вибрационное состояние ротора при различных частотах вращения в отсутствие и при наличии температурного поля.

**Ключевые слова:** ротор, трещина, контакт берегов, колебания, температура, напряжения, коэффициент интенсивности напряжений.

**Б. П. ЗАЙЦЕВ, М. М. ГРИШИН, Т. В. ПРОТАСОВА, В. В. ДМИТРИК, О. П. УСАТЫЙ**  
**ОЦІНКА НАПРУЖЕНОГО ТА ВІБРАЦІЙНОГО СТАНІВ РОТОРА ПАРОВОЇ ТУРБИНИ ЗА НАЯВНОСТІ ДЕФЕКТУ**

Розглядаються коливання двоопорного вагомого ротора парової турбіни, що набув дефект у вигляді поперечної тріщини, в полі температур від робочого середовища. Використовується тривимірна модель коливань ротора з поперечною дышащою тріщиною. Змінне двовимірне температурне поле визначається із розв'язання нестационарної задачі теплопроводности. Виконана оцінка напруженого стану, коефіцієнтів інтенсивності напружень вздовж фронту тріщини та умов контакту в різних фазах обертання ротору. Досліджено вібраційний стан ротора при різних частотах обертання у відсутності та при наявності температурного поля.

**Ключові слова:** ротор, тріщина, контакт берегів, коливання, температура, напруження, коефіцієнт інтенсивності напружень

**B. ZAYTSEV, M. HRYSHYN, T. PROTASOVA, V. DMYTRYK, O. USATYY**  
**EVALUATING THE STRESS AND VIBRATION CONDITIONS OF THE ROTOR OF STEAM TURBINE WITH THE DEFECT**

Consideration was given to the vibrations of the two-bearing weighty rotor of the steam turbine with the acquired defect in the form of cross crack caused by the working fluid temperature field. Rotor vibration equations were derived during the three-D simulation using the method of finite elements taking thus into consideration the temperature field in the form of additional volume forces. The equations are supplemented by a special mass matrix whose introduction allows us to take into consideration a change in centrifugal forces in a linear statement caused by the offsets and retain their radial directionality. The alternating two-dimensional temperature field is defined by the solution of the nonstationary problem of heat conductivity. The stressed state, the coefficients of stress intensity along the crack front and the crack edge contact conditions were defined for different rotor rotation phases. The stress intensity coefficient values calculated using asymptotic formulas for the rotor with the 50 % cross-section crack depth are much lower than critical and present no danger for the quasistatic state. However, these values can increase significantly in the case of the resonance state. The rotor vibration state was studied for different rotation frequencies in the presence and absence of temperature field. A maximum effect of the influence of nonstationary temperature field in the rotor with the cross crack on its vibrations is manifested at a maximum radial temperature difference. The temperature field reduces considerably maximum inflection values and peak-to-peak values. The superresonance 2/1 that occurred in the rotor in the absence of temperature field disappears and the vibrations approach a monoharmonic type and it is explained by the constancy of the contact area of crack edges during the rotor rotation.

**Key words:** the rotor, the crack, the contact of the edges, vibrations, temperature, stresses, and the stress intensity coefficient.

#### **Введение**

Анализ вибрационного состояния роторов с трещинами актуален при решении задач диагностики турбоагрегатов. В большинстве работ, посвященных этой тематике (например, [1–8]), применяются стержневые модели, в которых по-разному учитывается изменение состояния и влияния трещины на податливость системы при повороте, связанных с ее «дыханием». В [2–6] изменение податливости системы с трещиной определяется на основе использования энергетических соотношений механики трещин. В [1, 3] ее «дыхание» задается как мгновенный переход из открытого состояния в закрытое в зависимости от углового положения системы. В [4–6, 7] переменная податливость определяется в зависимости от угло-

вого положения с введением линии закрытия трещины, исходя из кинематических [1, 4, 5, 8] или статических [1, 6] представлений.

Условность моделирования процесса «дыхания» и применение стержневых моделей не позволяет в ряде случаев адекватно отобразить особенности рассматриваемых процессов (наличие трещины в местах резкого изменения формы деталей; наклонные, продольные и криволинейные трещины). Представляется, что процессы сближения–расхождения берегов трещины и изменения податливости системы с ними более адекватно могут быть описаны при решении контактной задачи на основе использования трехмерных моделей.

Роторы турбомашин подвержены действию не только веса или центробежных сил, но также внутренних самоуравновешенных сил, обуслов-

© Б. Ф. Зайцев, Н. Н. Гришин, Т. В. Протасова, В. В. Дмитрик, А. П. Усатый, 2019

ленных, прежде всего, неравномерным температурным полем, технологическими факторами, которые сопровождали изготовление конструкции (ковка, сварка, закалка и т.д.). Следствием влияния эксплуатационных и технологических факторов являются начальные напряжения, а также деформации (искривления), которые вместе с напряжениями от активных сил влияют на результирующее напряженно-деформированное состояние. При этом, если в конструкции имеется трещина, то ее проявление существенно зависит от результирующего поля напряжений. Начальные напряжения определяются стационарными факторами, а напряжения от сил, вызывающих колебания, переменными.

Т.о., имеет место комбинация полей НДС – стационарных и нестационарных. Если трещина расположена в части конструкции, где начальные напряжения сжимающие, то она может не проявляться при деформациях, вызванных колебаниями.

На качественном уровне влияние начальных, прежде всего температурных напряжений, на колебания ротора с трещиной известно, однако количественная оценка их влияния отсутствует. Это объясняется значительными математическими сложностями решения задачи о колебаниях ротора с «дышащей» трещиной при наличии произвольного температурного поля, которое возможно только в трехмерной постановке.

В данной работе описываются методика расчета колебаний ротора по трехмерной модели с трещиной произвольного вида, «дыхание» которой определяется контактированием и раскрытием ее берегов с использованием условий нормального отрыва, и рассмотрен пример реального ротора с температурным полем, имеющим максимальный радиальный перепад и возникающим при наборе турбины номинальной мощности.

### Цель работы

Цель работы – анализ особенностей вибрационного и напряженного состояний ротора паровой турбины, имеющего дефект в виде трещины с учетом контакта ее берегов.

### Метод расчетного исследования

Составляющими методики являются построение конечноэлементной (КЭ) модели тела с трещиной, учет контактирования («дыхания») ее берегов, построение уравнений колебаний вращающегося тела (ротора) с учетом температурного поля и алгоритмов решения нелинейной начально-краевой задачи.

Способ построения КЭ-модели тела с трещиной состоит в разрыве связей между узлами ее КЭ-сетки по поверхности, разделяющей берега трещины, и выполняется согласно [9]. Полученная

модифицированная сетка конечных элементов содержит разделяющую поверхность, имеющую не связанные между собой двойные узлы, представляющие берега трещины. Применение схемы введения разрезов [9] для учета трещины приводит к изменению основных характеристик КЭ-модели – матриц жесткости  $[K]$  и масс  $[M]$ . Это позволяет моделировать трещины со сложной поверхностью, например состоящей из состыкованных или пересекающихся плоскостей различных направлений, и не накладывает ограничения на количество вводимых трещин. Берега трещины при колебаниях тела могут входить в односторонний контакт, когда отрыв возможен, а взаимное проникновение берегов отсутствует.

В рассматриваемой постановке контактирование берегов задается по нормали к поверхности трещины. При этом допускается проскальзывание без трения. Условие непроникновения берегов трещины имеет вид

$$\delta_{in} = u_{in}^+ - u_{in}^- \geq 0, \quad (1)$$

где  $u_{in}^+$ ,  $u_{in}^-$  – перемещения по нормали  $\bar{n}$  в  $i$ -м двойном узле на положительной (+) и отрицательной (–) поверхностях трещины (рис. 1);

$\delta_{in}$  – сближение по нормали в  $i$  двойном узле. Знаку равенства в (1) соответствует состояние контакта берегов трещины.

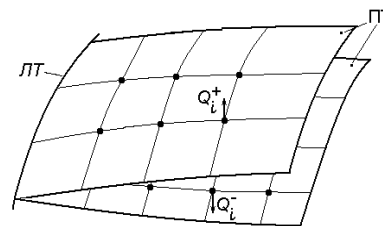


Рис. 1 – Схемы введения диполей в двойных узлах: ПТ – поверхность трещины; ЛТ – линия трещины

Силы, возникающие при контактировании берегов трещины (в зонах раскрытия они отсутствуют), определяются с помощью системы контактных сил  $Q_i \{Q_i^+, Q_i^-\}$ , приложенных в двойных узлах [10], попарно равных по величине ( $Q_i^+ = Q_i^-$ ) и противоположных по направлению и подлежащих определению, причем  $i = 1 \dots m$ , где  $m$  – число двойных узлов на поверхности трещины. В соответствии с терминологией в теории упругости их можно назвать диполями (рис. 1).

Уравнения движения МКЭ вращающегося тела (ротора) с «дышащей» трещиной представляются в подвижной системе координат, связанной с телом, так

$$[M]\ddot{\mathbf{u}} + ([D] - 2\omega \cdot [M_2])\dot{\mathbf{u}} + ([K] - \omega^2([M_1] - \omega^2[M'_0] - \omega[D_1])\mathbf{u} = \omega^2\mathbf{P} + \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_T + \mathbf{Q}\{Q_i\}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{u}$  – вектор перемещения узлов;

$\omega$  – частота вращения;

$\omega^2 \mathbf{P}$  – вектор центробежных сил в недеформированном состоянии;

$\mathbf{F}_e$  – вектор внешней нагрузки;

$\mathbf{F}_T$  – вектор температурных сил;

$\mathbf{Q}\{Q_i\}$  – система диполей, учитывающая переменные поверхностные силы, действующие по берегам трещины;

$[\mathbf{M}_1], [\mathbf{M}_2], [\mathbf{M}'_0]$  состоят из элементов матрицы масс, причем  $[\mathbf{M}_1]$  имеет симметричную структуру,  $[\mathbf{M}_2], [\mathbf{M}'_0]$  – несимметричную;

$[\mathbf{D}], [\mathbf{D}_1]$  – матрицы демпфирования.

Выражения для температурной нагрузки  $\mathbf{F}_T$ , обусловленной температурным полем  $T(x, y, z)$ , определяются дополнительным слагаемым в функционале Лагранжа-Даламбера для движущейся среды

$$-\int_V \frac{\alpha E}{1-2\nu} \theta T dV, \quad (3)$$

где  $E, \nu$  – модуль продольной упругости и коэффициент Пуассона;

$\alpha$  – коэффициент линейного расширения;

$\theta$  – объемная деформация.

Исходя из выражения (3) и соотношений для перемещений и декартовых координат через функции формы  $N_i(\xi, \eta, \zeta)$  локальных координат  $\xi, \eta, \zeta$ , можно получить общее выражение для узловых значений температурной нагрузки  $\mathbf{F}_T$  на КЭ. В случае постоянных характеристик материала выражения имеют вид

$$F_T = -\frac{\alpha E}{1-2\nu} \int_{KЭ} T(x, y, z) \sum_i \left( u_{xi} \frac{\partial N_i}{\partial x} + u_{yi} \frac{\partial N_i}{\partial y} + u_{zi} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right) dV, \quad (4)$$

где  $u_{xi}, u_{yi}, u_{zi}$  – узловые значения компонентов вектора перемещений.

Полный вектор температурной нагрузки получается суммированием по всем КЭ модели ротора.

С помощью матрицы  $[\mathbf{M}'_0]$  в уравнении (2) учитывается в линейной постановке изменения центробежных сил при смещениях с сохранением их радиальной направленности [11].

Распределение контактных сил – диполей  $\mathbf{Q}\{Q_i\}$  изменяется во времени и определяется из решения контактной задачи для берегов трещины до выполнения условий (1).

Определение матриц масс и жесткости (2) тела осуществляется при полностью открытой трещине. Введением системы диполей  $\mathbf{Q}$  в правой части уравнений (2) учитывается влияние изменения формы тела при изменении зон контакта, что позволяет при этом не перевычислять матрицы жесткости и масс.

Решение начальной задачи (2) для расчета колебаний выполняется прямым интегрированием по двухслойной неявной конечноразностной схеме

Ньюмарка, являющейся безусловно устойчивой [12]. Конечноразностные соотношения по методу Ньюмарка представляются в виде

$$[\hat{\mathbf{K}}] \mathbf{u}_{t+\Delta t} = \hat{\mathbf{R}}_{t+\Delta t}, \quad (5)$$

где  $[\hat{\mathbf{K}}]$  – модифицированная матрица жесткости;

$\mathbf{u}_{t+\Delta t}$  – вектор перемещений для конца шага;

$\hat{\mathbf{R}}_{t+\Delta t}$  – модифицированная правая часть уравнений (2) для момента времени  $t + \Delta t$ .

Модифицированный вектор правой части может быть представлен в виде

$$\hat{\mathbf{R}}_{t+\Delta t} = \tilde{\mathbf{R}}_{t+\Delta t} + \mathbf{Q}_{t+\Delta t},$$

где  $\tilde{\mathbf{R}}_{t+\Delta t}$  соответствует известной части модифицированного вектора правой части;

$\mathbf{Q}_{t+\Delta t}$  – наперед неизвестная часть, но в конце шага должна быть такой, чтобы удовлетворялись условия контакта (1).

Перемещения в конце шага  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$  можно представить в виде

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \tilde{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \bar{\mathbf{u}}_{t+\Delta t},$$

где  $\tilde{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$  – вектор перемещений, соответствующий известной (вычисленной) части выражения (5);

$\bar{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$  – вектор дополнительных перемещений от контактных сил  $\mathbf{Q}_{t+\Delta t}$ .

Перемещения  $\tilde{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$  определяются при решении системы (5) с известной правой частью, а перемещения  $\bar{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$  – после нахождения  $Q_{t+\Delta t}$  методом итераций до выполнения условий контактирования (1). После определения контактных усилий перемещения  $\bar{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$  могут быть вычислены

$$\bar{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = [\mathbf{B}]_{\Delta t} \mathbf{Q}_{t+\Delta t},$$

где  $[\mathbf{B}]_{\Delta t}$  – матрица коэффициентов влияния размерностью  $N \times m$  ( $N$  – число переменных в узлах). Элементы строк матрицы  $[\mathbf{B}]_{\Delta t}$  вычисляются предварительно и равны динамическим смещениям в теле за промежуток времени  $\Delta t$  от единичных диполей, приложенных поочередно в каждом из двойных узлов.

### Расчетная модель и оценка напряженного состояния

Исследования выполнялись для ротора высокого давления паровой турбины (длина 5,055 м, диаметр вала 0,565 м), модель которого, построенная с помощью трехмерных КЭ, представлена на рис. 2а. Виртуальная поперечная трещина задавалась на валу ротора, а для более полного выявления особенностей ее влияния на напряженное и вибрационное состояния ротора размер виртуальной трещины целесообразно выбрать значительным. В расчетах принято, что трещина составляет 50 % площади сечения вала, приведенного на рис. 2б. Расчеты ротора проводились для различных оборотов с рассеянием энергии по гипотезе

вязкого трения, соответствующего логарифмическому декременту колебаний 0,2.

Задача рассматривается во всей полноте, т.е. трехмерное НДС ротора моделируется при колебательном процессе, вызванном весом вращающегося ротора и переменной жесткостью «дышащей» трещины. В месте расположения трещины предусмотрено сгущение КЭ-сетки по координате  $z$ . Сечение ротора в месте расположения трещины и его дискретизация со сгущением сетки к линии трещины представлена на рис. 2б. Расчетные исследования выполнялись для случая квазистатического нагружения ( $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$ ). Для других частот вращения, включая рабочую, напряженные состояния на качественном уровне одинаковы и могут отличаться лишь количественно, что масштабируется коэффициентом динамичности.

Рассмотрены напряженные состояния, отвечающие моментам времени, при которых поворотная фаза  $\varphi$  ротора составляет  $\varphi = 180^\circ$  и  $\varphi = 90^\circ$ . Первая фаза соответствует положению плоскости трещины снизу, а вторая – вертикальному положению линии трещины. Контактное состояние берегов трещины и расположение областей продольного растяжения-сжатия «живого» сечения при указанных фазах ротора представлены на рис. 3.

Для фазы  $\varphi = 180^\circ$  берега трещины не контактируют и трещина полностью раскрыта. Очевидно, что такое состояние соответствует максимальной напряженности в зоне трещины. Возникающий в сечении изгибающий момент воспринимается «живой» его частью в виде полукольца. На рис. 3а также показано расположение нейтральной линии, разграничивающей область сжимающих и растягивающих осевых напряжений  $\sigma_z$ .

В состоянии  $\varphi = 90^\circ$  (рис. 3б) имеются области контакта берегов трещины, где осевое напряжение  $\sigma_z < 0$ , и области раскрытия, где  $\sigma_z = 0$ . Нужно отметить, что на границе этих областей контактное напряжение  $\sigma_z = 0$ , т.е. берега трещины имеют плавное смыкание. На этом же рисунке указано положение нейтральной линии.

Характерным (максимальным) напряжением для ротора в окрестности трещины является осевое напряжение  $\sigma_z$ . Распределение напряжения  $\sigma_z$  по линиям  $a-a$ ,  $b-b$ ,  $c-c$ , указанным на рис. 3, для обоих фазовых состояний ротора представлены на рис. 4.

Распределение  $\sigma_z$  по линиям, перпендикулярным линии трещины ( $b-b$ ,  $c-c$ ) при приближении к ней имеет всплески (концентрацию), отражающие особенность НДС у вершины трещины. При удалении от линии (вершины) трещины напряжение  $\sigma_z$  изменяется плавно и соответствует номинальному распределению. Распределение  $\sigma_z$  вдоль линии трещины (линия  $a-a$ ) показывает, что напря-

жения убывают от внутреннего радиуса к наружному.

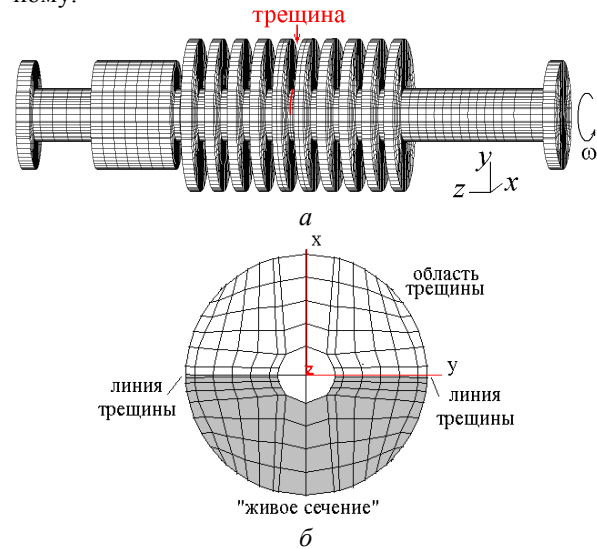


Рис. 2 – Трехмерная расчетная конечноэлементная модель: а – ротора ЦВД паровой турбины; б – сечения с трещиной

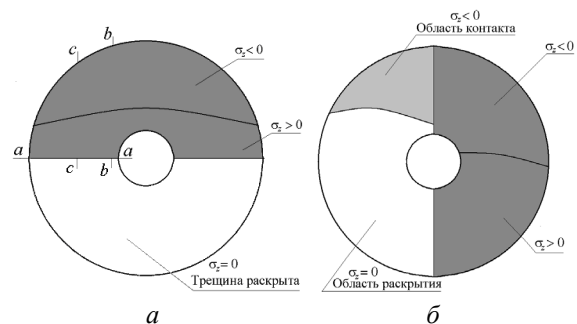


Рис. 3 – Контактное состояние берегов трещины и области растяжения-сжатия в «живом сечении»: а –  $\varphi = 180^\circ$ ; б –  $\varphi = 90^\circ$

Для состояния ротора в фазе  $\varphi = 90^\circ$  характерным является обратная картина – возрастание осевого напряжения вдоль трещины от внутреннего радиуса к наружному (рис. 4б, линия  $a-a$ ). Распределение же вдоль перпендикулярного направления к линии трещины в целом аналогично предыдущему случаю  $\varphi = 180^\circ$ .

Для оценки прочностного состояния проведены вычисления коэффициента интенсивности напряжений (КИН), для чего использованы асимптотические формулы распределения НДС в окрестности трещины нормального отрыва в случае плоского деформированного состояния [13].

В рассматриваемом случае поперечной трещины в роторе НДС вдоль ее линии (рис. 4) – оси  $u$  близко к состоянию плоской деформации, учитывая толстостенность ротора. Некоторые отклонения от этого состояния имеют место на внутренней ( $u$  осевого отверстия) и наружной поверхностях, где НДС приближается к плоскому напряженному состоянию.

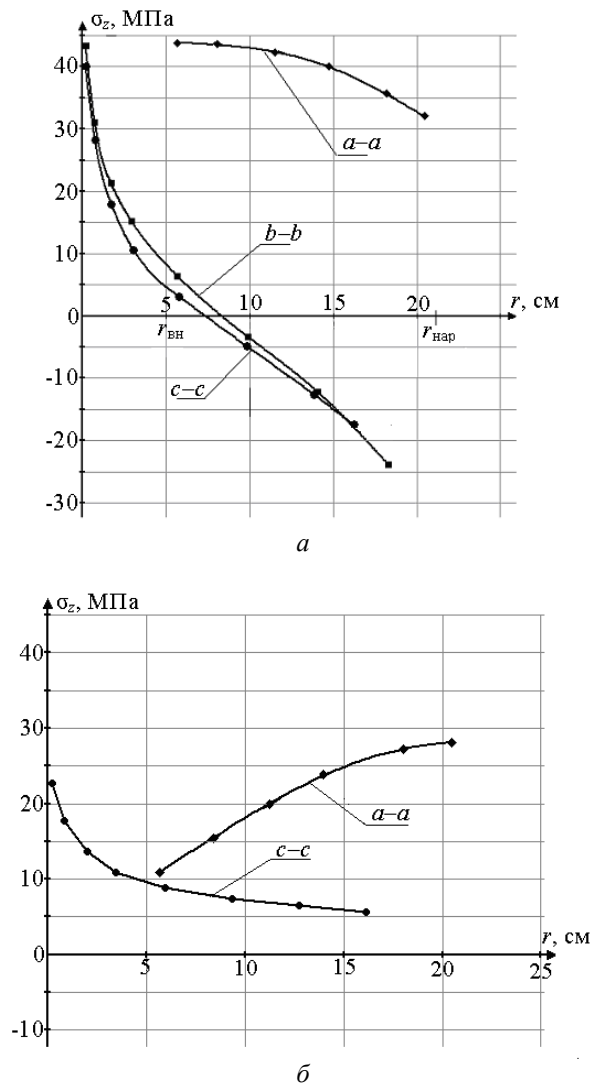


Рис. 4 – Распределение напряжения  $\sigma_z$  по линии трещины и линиям, перпендикулярным к ней:  
 $a - \varphi = 180^\circ$ ;  $b - \varphi = 90^\circ$

Трехмерное НДС в окрестности линии трещины в роторе приводит к переменности КИН, однако в плоскостях, нормальных к линии трещины, остаются справедливыми асимптотические приближения, полученные для двумерного случая [13]. При этом с изменением положения нормальной плоскости вдоль линии трещины значения КИН  $K_I$  также меняются.

Применено прямое вычисление КИН по асимптотическим формулам [14] с использованием процедуры метода наименьших квадратов с различным числом точек коллокации, причем для этой цели использованы и напряжения, и перемещения.

Полученные значения КИН  $K_I$  при полностью открытой трещине ( $\varphi = 180^\circ$ ) изменялись в пределах от  $4,0 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$  на внешнем радиусе до  $6,0 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$  на внутреннем, что значительно меньше критических значений. Сравнение с дан-

ными критического КИН для состояния плоской деформации  $K_{IC}$  (например, для роторной стали ЭИ-415 при нормальной температуре  $T = 20^\circ\text{C}$   $K_{IC} = 30 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$ , а при  $T > 200^\circ\text{C}$  –  $K_{IC} = 160 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$ ) указывает на то, что трещина 50 % в рассматриваемом весомом роторе, при квазистатическом нагружении не опасна. При других частотах вращения ротора, когда возникают резонансные состояния, полученные значения КИН можно скорректировать по коэффициенту динамичности, определяемому как отношение максимальных прогибов при резонансной частоте и квазистатическом нагружении. Это возможно, т.к. формы колебаний ротора на различных частотах вращения аналогичны.

### Оценка вибрационного состояния с учетом температурных напряжений

Температурное поле при пуске ротора по мере его прогрева меняется, достигая на установившемся режиме стационарного состояния. Исследования, выполненные при решении задачи термоупругости для различных температурных полей в роторе, показывают, что наибольшее влияние на колебания ротора с поперечной трещиной может быть при максимальных радиальных перепадах температуры, что представляет наибольший интерес.

Нестационарное температурное поле рассчитывалось МКЭ с использованием конечно-разностной схемы интегрирования по времени Крэнка-Николсона [15] матричного уравнения теплопроводности с помощью математического обеспечения [16]. Температурное поле с максимальным перепадом, который составил по валу около  $50^\circ\text{C}$ , было достигнуто через 9,5 часов после пуска турбины в момент выхода на максимальную мощность 300 МВт.

Распределение температурного поля в виде изолиний температуры во фрагменте ротора, содержащего трещину, для случая максимального перепада представлено на рис. 5.

Влияние температурных напряжений для рассматриваемого поля значительное, что проявляется в неизменности зоны контактирования берегов поперечной трещины при различных частотах вращения ротора. Такое состояние фиксируется для принятой дискретизации поперечного сечения ротора (21 двойной узел на берегах трещины). Контактное взаимодействие берегов трещины показано на рис. 6, где зона контакта занимает периферию сечения (более высокая температура осесимметричного поля и температурные напряжения сжатия), а зона отрыва – сердцевину сечения (более низкая температура и температурные напряжения растяжения).



Рис. 5 – Распределения температур во фрагменте ротора с трещиной для T-поля с максимальным радиальным перепадом

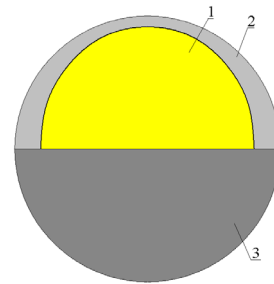


Рис. 6 – Контактное состояние берегов трещины: 1 – зона отрыва; 2 – зона контакта; 3 – целая часть сечения

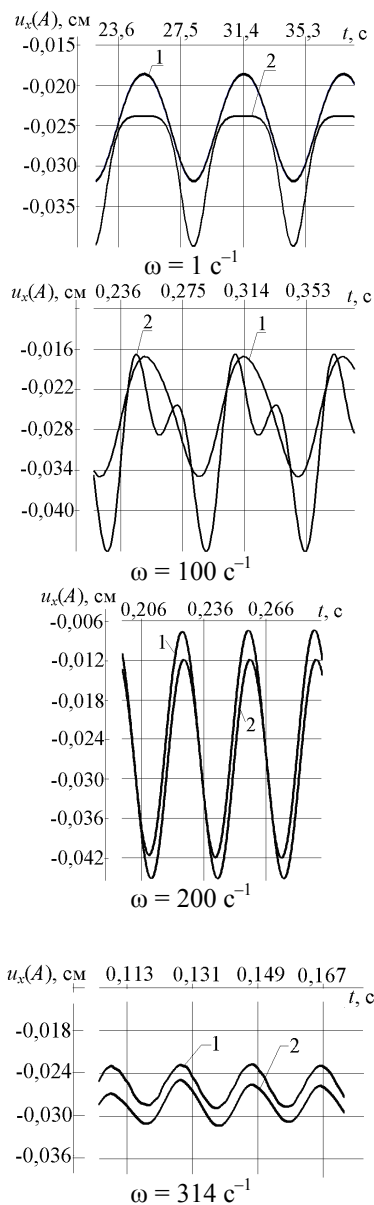


Рис. 7 – Вертикальные колебания ротора при различных частотах вращения: 1 – вес и T-поле; 2 – вес

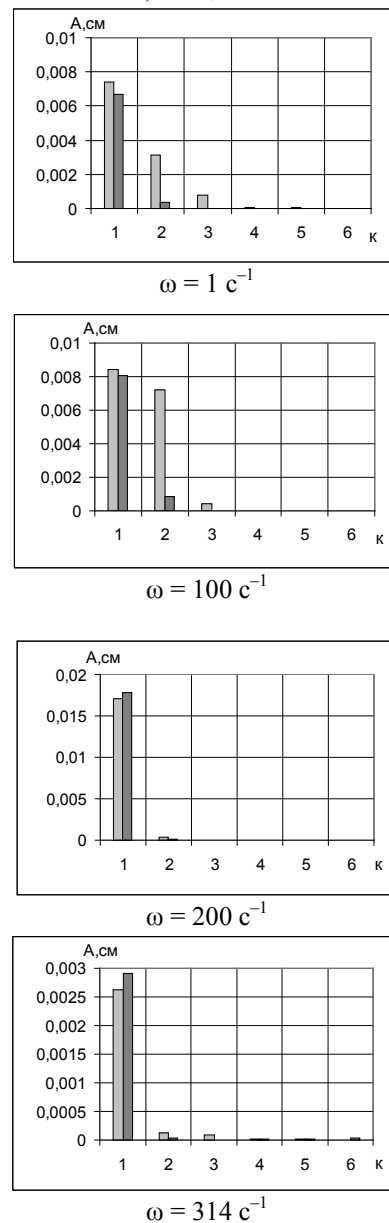


Рис. 8 – Спектральный состав вертикальных перемещений ротора при различных частотах вращения и учете:

■ – веса и T-поля; ■ – только веса

Следует отметить, что при более густой дискретизации можно ожидать некоторого изменения расположения линии, разграничивающей области контакта и отрыва при вращении ротора.

Изменения в характере колебаний ротора (точка оси ротора в сечении с трещиной) под влиянием температурного поля с максимальным радиальным перепадом при различных частотах вращения представлены на рис. 7, где для сравнения приводятся данные расчетов в отсутствии температурного поля (кривые 2). Результаты показывают, что данное температурное поле в целом значительно уменьшает максимальные значения прогибов и размахи колебаний.

При этом вид колебаний приближается к моногармоническим, что объясняется почти постоянной областью контактирования берегов трещины. При постоянной области контакта деформирование почти линейное, но с переменной жесткостью, обусловленной не изменением зон контакта, а положением сечения (аналогично валу двоякой жесткости). При этом добавляется составляющая от прецессии искривленного вследствие температурного поля ротора. Это подтверждается данными спектрального анализа гармонических составляющих вертикального смещения на периоде колебаний  $2\pi/\omega$ . Результаты гармонического анализа представлены на рис. 8.

При отсутствии температурного поля с изменением частоты вращения спектр гармонических составляющих сильно меняется. По достижении приблизительно половины нижней собственной частоты ( $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$ ) наблюдается возрастание второй гармоники, что может квалифицироваться, учитывая нелинейность системы, как суперрезонанс 2/1. В зарезонансной области происходит резкое перераспределение гармонических составляющих, где преобладающей становится первая гармоника.

В области частот вращения, близких к собственным частотам, соответствующим первой форме изгибных колебаний ротора с трещиной ( $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$ ), возникает основной резонанс по оборотной составляющей. Далее, с возрастанием частоты до рабочей, амплитуды гармонических составляющих уменьшаются. При наличии температурного поля с радиальным перепадом основной в спектре является первая гармоника и колебания близки к моногармоническим с оборотной частотой.

### Выводы

Получены уравнения колебаний ротора при трехмерном моделировании МКЭ, где учтено воздействие температурного поля в виде дополнительных объемных сил. Уравнения дополнены специальной матрицей масс, введение которой позволяет учесть в линейной постановке измене-

ние центробежных сил, вызванных смещениями, и сохранить их радиальную направленность.

На примере ротора высокого давления паровой турбины исследованы контактирование берегов трещины и особенности напряженного состояния в окрестности линии трещины в различных фазах вращения ротора при действии собственного веса. Значения КИН, вычисленные по асимптотическим формулам, для ротора с глубиной трещины 50 % значительно ниже критических и не опасны для квазистатического состояния. При резонансах их значения могут существенно возрастать.

Наибольший эффект влияния нестационарного температурного поля в роторе с поперечной трещиной на его колебания проявляется при максимальном радиальном перепаде температуры. Контактное взаимодействие берегов трещины при отсутствии температурного воздействия переменное, а при его наличии зоны контакта и отрыва берегов трещины и не изменяются с частотой вращения. Температурное поле значительно уменьшает максимальные значения прогибов и размах колебаний. Суперрезонанс 2/1, имевший место в роторе в отсутствие температурного поля, исчезает, а колебания приближаются к моногармоническим, что естественно при почти постоянной области контакта берегов трещины.

### Список литературы

1. Шульженко Н. Г., Воробьев Ю. С. *Численный анализ колебаний системы турбоагрегат-фундамент*. Киев: Наукова думка, 1991. 232 с.
2. Matveev V. V., Bovsunovskii A. P. On determination of vibration characteristics of a beam with a closing crack in bending vibrations. *Strength of Materials*. 2000. Vol. 32, Iss. 3. P. 211–224.
3. Kicinski J. Assessment of materials and operational imperfections in rotating machinery. *Key Eng. Materials. Trans. Tech. Publications*, Switzerland. 2005. Vol. 293, 294. P. 391–400.
4. Sekhar A. S. Dey J. K. Effects of cracks on rotor system instability. *Mechanism and Machine Theory*. 2000. Vol. 35. P. 1657–1674.
5. Darpe A. K., Gupta K., Chawla A. Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor. *Journal of Sound and Vibration*. 2004. Vol. 269. P. 33–60.
6. Pennacchi P., Bachschmid N., Vania A. A model-based identification method of transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2000. Vol. 20. P. 2112–2147.
7. Shulzhenko N. G., Zaitsev B. Ph., Asaenok A. V., Banaszek S. Simplified models of turbine vibrations with breathing crack in the shaft. *Int. J. Applied Mechanics and Engineering*. 2012. Vol. 17, no. 1. P. 233–247.
8. Shulzhenko N. G., Ovcharova G. B. Effect of break of the elastic axis of a rotor with transverse crack on its vibrational characteristics. *Strength of Materials*. 1997. Vol. 29, Iss. 4. P. 380–385.
9. Асаёнок А. В., Зайцев Б. Ф., Шульженко Н. Г. Методика введения разрезов в схеме метода конечных элементов в задачах статики и собственных колебаний трехмерных конструкций. *Проблемы машиностроения*. 2003. Т. 6, № 3. С. 58–63.
10. Shulzhenko N. G., Zaitsev B. F., Vikman N. E., Asaenok A. V. Vibration analysis of rotor with a "breathing" crack using three-dimensional model. *Strength of Materials*. 2012. Vol. 44, Iss. 6. P. 678–685.

11. Зайцев Б. Ф., Асаенок А. В., Викман Н. Е. Построение матриц масс для учета центробежных сил при колебаниях трехмерного вращающегося тела. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: Динаміка та міцність машин. Харків: НТУ «ХПІ», 2009. № 30. С. 52–56. Бібліогр.: 5 назв. ISSN 2078-9130.
12. Бате К., Вильсон Е. *Численные методы анализа и метод конечных элементов*. Москва: Стройиздат, 1982. 448 с.
13. Черепанов Г. П. *Механика хрупкого разрушения*. Москва: Наука, 1974. 640 с.
14. Морозов Е. М., Никишков Г. П. *Метод конечных элементов в механике разрушения*. Москва: Наука, 1980. 256 с.
15. Эмери А.Ф., Карлсон В. В. Оценка применимости МКЭ при расчетах температуры. *Теплопередача*. 1971. № 2. С. 6–17.
16. Шульженко Н. Г., Гонтаровский П. П., Зайцев Б. Ф. *Задачи термпрочности, вибродиагностики и ресурса энергоагрегатов (модели, методы, результаты исследований)*: монография. Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co.KG, 2011. 370 с.
8. Shulzhenko N. G., Ovcharova G. B. (1997), "Effect of break of the elastic axis of a rotor with transverse crack on its vibrational characteristics", *Strength of Materials*, Vol. 29, Iss. 4, pp. 380–385.
9. Asaenok A. V., Zaytsev B. F., Shulzhenko N. G. (2003), "Metodika vvedeniya razrezov v skheme metoda konechnykh elementov v zadachakh statiki i sobstvennykh kolebaniy trekhmernykh konstruktssii [Methods of introducing cuts in the scheme of the finite element method in problems of static and natural oscillations of three-dimensional structures]", *Problemy mashinostroeniya* [Journal of Mechanical Engineering], Vol. 6, No. 3, pp. 58–63.
10. Shulzhenko N. G., Zaitsev B. F., Vikman N. E., Asaenok A. V. (2012), "Vibration analysis of rotor with a "breathing" crack using three-dimensional model", *Strength of Materials*, Vol. 44, Iss. 6, pp. 678–685.

## References (transliterated)

1. Shulzhenko N. G., Vorobyev Yu. S. (1991), *Chislennyy analiz kolebaniy sistemy turboagregat-fundament* [Numerical analysis of oscillations of the turbo unit base system], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
2. Matveev V. V., Bovsunovskii A. P. (2000), "On determination of vibration characteristics of a beam with a closing crack in bending vibrations", *Strength of Materials*, Vol. 32, Iss. 3, pp. 211–224.
3. Kicinski J. (2005), "Assessment of materials and operational imperfections in rotating machinery", *Key Eng. Materials. Trans. Tech. Publications, Switzerland*, Vol. 293, 294, pp. 391–400.
4. Sekhar A. S., Dey J. K. (2000), "Effects of cracks on rotor system instability", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, pp. 1657–1674.
5. Darpe A. K., Gupta K., Chawla A. "Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 269, pp. 33–60.
6. Pennacchi P., Bachschmid N., Vania A. (2000), "A model-based identification method of transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 20, pp. 2112–2147.
7. Shulzhenko N. G., Zaytsev B. Ph., Asaenok A. V., Banaszek S. (2012), "Simplified models of turbine vibrations with breathing crack in the shaft", *Int. J. Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 17, no. 1, pp. 233–247.
11. Zaytsev B. F., Asaenok A. V., Vikman N. E. (2009), "Postroyeniye matriss mass dlya ucheta tsentrobezhnykh sil pri kolebaniyakh trekhmernogo vrashchayushchegosya tela [Creation of mass matrices to account for centrifugal forces during oscillations of a three-dimensional rotating body]", *Vestnik NTU «KHPI». Dinamika i prochnost' mashin* [Bulletin of NTU "KPI". Dynamics and strength of machines], Issue 30, pp. 52–56. ISSN 2078-9130.
12. Bate K., Wilson E. (1982), *Chislennyye metody analiza i metod konechnykh elementov* [Numerical analysis methods and finite element method], Stroyizdat, Moscow, USSR.
13. Cherepanov G. P. (1974), *Mekhanika khrupkogo razrusheniya* [Brittle fracture mechanics], Nauka, Moscow, USSR.
14. Morozov Ye. M., Nikishkov G. P. (1980), *Metod konechnykh elementov v mekhanike razrusheniya* [The finite element method in fracture mechanics], Nauka, Moscow, USSR.
15. Emery A. F., Carlson V. V. (1971), "Otsenka primenimosti MKE pri raschetakh temperatury [Evaluation of the applicability of FEM in the calculation of temperature]", *Teploperedacha* [Heat transfer], No. 2, pp. 6–17.
16. Shulzhenko N. G., Gonarovskiy P. P., Zaytsev B. F. (2011), *Zadachi termoprochnosti, vibrodiagnostiki i resursa energoagregatov (modeli, metody, rezul'taty issledovaniy)*: monografiya [The problems of thermal strength, vibration diagnostics and resource of energy-generating units (models, methods, research results): monograph], LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co.KG, Saarbrücken, Germany.

Поступила (received) 20.01.2019

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Зайцев Борис Пилипович (Зайцев Борис Филиппович, Zaytsev Borys)** – доктор технічних наук, провідний науковий співробітник; Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків, Україна, e-mail: b.zaytsev@gmail.com.

**Гришин Микола Миколайович (Гришин Николай Николаевич, Hryshyn Mykola)** – кандидат технічних наук, перший заступник головного конструктора парових турбін, Акціонерне товариство «Турбоатом», м. Харків, Україна, e-mail: shvetsov@turboatom.com.ua.

**Протасова Тетяна Володимирівна (Протасова Татьяна Владимировна, Protasova Tetyana)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник; Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків, Україна, e-mail: tatyprotasova@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1489-2081>.

**Дмитрик Віталій Володимирович (Дмитрик Виталий Владимирович, Dmytryk Vitaliy)** – доктор технічних наук, завідувач кафедри зварювання; Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; e-mail: svarka126@ukr.net.

**Усатий Олександр Павлович (Усатый Александр Павлович, Usatyi Oleksandr)** – доктор технічних наук, старший науковий співробітник; завідувач кафедри турбінобудування, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; e-mail: alpaus@ukr.net, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-568-5007>.