

УДК 536.27

А. А. ШЕВЕЛЕВ, канд. техн. наук, доц.; проф. НТУ «ХПИ»;
В. Г. ПАВЛОВА, канд. техн. наук; н.с. НТУ «ХПИ»;
С. Ю. АБДУЛЛИН, аспирант НТУ «ХПИ»

ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ И СТАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАСТИНЧАТЫХ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Рассматривается численный метод определения динамических и статических характеристик пластинчатых теплообменников с противоточной схемой движения теплоносителей. Численный метод разработан на основе неявных разностных схем. Приводятся результаты многовариантных расчетов переходных процессов модуля теплообменника с учетом продольной теплопроводности разделительной стенки из алюминия и стали. Стационарное состояние теплообменника и его рабочие характеристики рассматриваются как окончание переходного процесса. В интервале принятых значений скорости и температуры потоков, толщины разделительной стенки, продольная теплопроводность влияет на параметры переходных режимов работы теплообменника, для стационарных состояний это влияние незначительное.

Ключевые слова: теплообменный аппарат, теплоноситель, динамика, теплопроводность, температура, теплосъем, кривые разгона, алгоритм, постоянная времени, разностная схема.

Условные обозначения: a – температуропроводность, $\text{м}^2/\text{с}$; c – теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; ρ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$; h, h_1, h_2 – толщина стенки, половина высоты канала, м ; L – длина канала, м ; t – постоянная времени, с^{-1} ; m_1 – темп повышения температуры, с^{-1} ; N – число узлов разностной сетки; t – температура стенки, $^{\circ}\text{C}$; t_n – начальная температура, $^{\circ}\text{C}$; t_{max} – максимальная температура теплоносителя, $^{\circ}\text{C}$; t_1, t_2 – температуры теплоносителей, $^{\circ}\text{C}$; u_1, u_2 – скорость первого и второго теплоносителей, $\text{м}/\text{с}$; Q – теплосъем расчетного модуля ТА, Вт ; x – продольная координата, м ; α_1, α_2 – коэффициенты теплоотдачи со стороны первого и второго теплоносителей, $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$; λ – коэффициент теплопроводности стенки, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, Δx – продольный шаг интегрирования, м ; τ – время, с ; Δt – временной шаг интегрирования, с .

Индексы: i, k – индексы двумерной переменной.

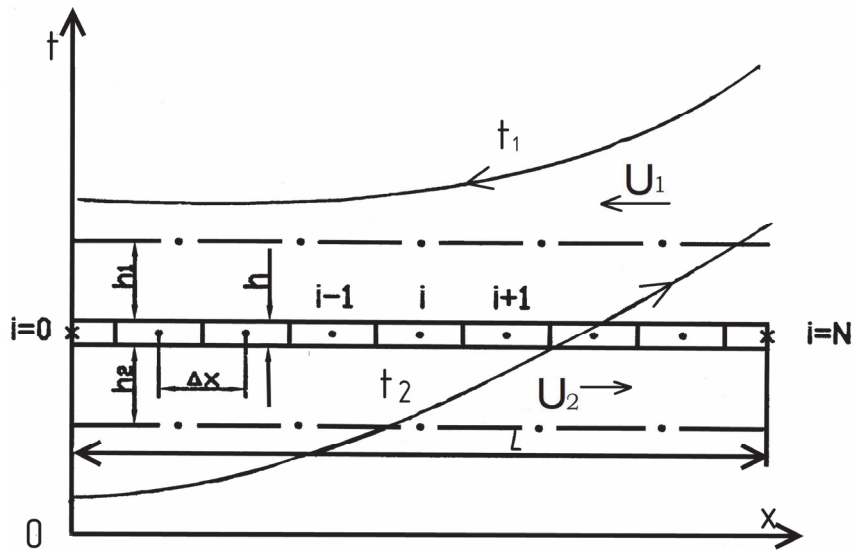
Введение

При проектировании теплообменных аппаратов (ТА) не учитывают влияние продольной теплопроводности. Однако в некоторых случаях это может отрицательно сказываться на рабочие характеристики ТА, такие как величина теплосъема и значение температуры теплоносителей на выходе из аппарата. Для стационарных состояний ТА влияние продольной теплопроводности исследовались в ряде работ, из которых следует отметить работы [1, 2]. В работе [2], выполненной на основе численных исследований, указывается, что продольная теплопроводность значительно снижает эффективность ТА при применении оребренных пластин. Особенно это имеет место при равенстве расходных теплоемкостей теплоносителей. Выполненный обзор работ по динамике ТА [3–6] позволяет сделать вывод, что влияние продольной теплопроводности фактически не учитывалось, хотя такие важные показатели динамики аппарата как кривые разгона, время переходного процесса и постоянная времени зависят от физических свойств стенки, включая теплопроводность. В настоящей работе влияние продольной теплопроводности определяется на основе численного решения дифференциальных уравнений математической модели (ММ) динамики ТА.

© А.А. Шевелев, В.Г. Павлова, С.Ю. Абдуллин, 2015

Математическая модель

Для расчетного модуля (рис. 1) сформулируем уравнения математической модели динамики ТА.



Дифференциальные уравнения для теплоносителей:

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} + B_1(t_1 - t) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} + U_2 \frac{\partial t_2}{\partial x} + B_2(t_2 - t) = 0. \quad (2)$$

Уравнение теплопроводности для стенки

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + A_1(t - t_1) + A_2(t - t_2) = 0, \quad (3)$$

где

$$B_1 = \frac{\alpha_1}{c_1 \rho_1 h_1}, \quad (4)$$

$$B_2 = \frac{\alpha_2}{c_2 \rho_2 h_2}, \quad (5)$$

$$A_1 = \frac{\alpha_1}{c \rho h}, \quad (6)$$

$$A_2 = \frac{\alpha_2}{c \rho h}. \quad (7)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (1)–(3) необходимо задать начальные и граничные условия.

Начальные условия

$$\tau = 0, \quad 0 \leq x \leq L:$$

$$t_1(x, 0) = f_1(x), \quad (8)$$

$$t_2(x, 0) = f_2(x), \quad (9)$$

$$t(x, 0) = f(x), \quad (10)$$

где $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f(x)$ – известные функции, описывающие начальное распространение температуры соответственно первого и второго теплоносителя и стенки.

Граничные условия для теплоносителей могут быть заданы только на входе в теплообменный аппарат:

$$\tau > 0:$$

$$t_1(L, \tau) = \varphi_1(\tau), \quad (11)$$

$$t_2(0, \tau) = \varphi_2(\tau), \quad (12)$$

где $\varphi_1(\tau)$, $\varphi_2(\tau)$ – известные функции, описывающие изменение температуры теплоносителей при входе в теплообменный аппарат.

Принимая отсутствие теплоотдачи на торцах, граничные условия для пластины могут быть записаны в таком виде

$$\tau > 0, \quad x = 0: \quad \frac{\partial t}{\partial x} = 0, \quad (13)$$

$$\tau > 0, \quad x = L: \quad \frac{\partial t}{\partial x} = 0. \quad (14)$$

Система дифференциальных уравнений (1)–(3) и дополнительных условий (8)–(14) является математической моделью данной задачи.

Аналитическое решение системы дифференциальных уравнений математической модели не представляется возможным. Это обусловлено тем, что дифференциальные уравнения относятся к уравнениям в частных производных и представляют связанную систему, то есть в каждое уравнение для теплоносителей входит температура стенки, которая описывается другим дифференциальным уравнением и является неопределенной.

Поэтому был выбран метод численного решения уравнений математической модели.

За основу метода был принят метод, который использовался в работах [3, 6], усовершенствованный с учетом интегрирования дифференциального уравнения продольной теплопроводности (3).

Для противоточного направления движения теплоносителей (рис. 1) аппроксимируем дифференциальные уравнения (1) и (2) по неявной разностной схеме С.К. Годунова [7]:

– для первого теплоносителя

$$\frac{t_{1,i}^{k+1} - t_{1,i}^k}{\Delta \tau} + U_1 \frac{t_{1,i}^{k+1} - t_{1,i+1}^{k+1}}{\Delta x} + B_1(t_{1,i}^{k+1} - t_i^k) = 0, \quad 0 \leq i \leq N; \quad (15)$$

– для второго теплоносителя

$$\frac{t_{2,i}^{k+1} - t_{2,i}^k}{\Delta \tau} + U_2 \frac{t_{2,i}^{k+1} - t_{2,i-1}^{k+1}}{\Delta x} + B_2(t_{2,i}^{k+1} - t_i^k) = 0, \quad 0 \leq i \leq N. \quad (16)$$

Дифференциальные уравнения для стенки (3) при учете продольной теплопроводности аппроксимируем по четырехточечной неявной схеме [8]

$$\frac{t_i^{k+1} - t_i^k}{\Delta \tau} - a \frac{t_{i-1}^{k+1} - 2t_i^{k+1} + t_{i+1}^{k+1}}{\Delta x^2} + A_1(t_i^{k+1} - t_{1,i}^{k+1}) + A_2(t_i^{k+1} - t_{2,i}^k) = 0, \quad 1 \leq i \leq N-1. \quad (17)$$

Анализ сеточных уравнений (15)–(17) позволяет отметить, что соотношения (15) и (16) решаются по схеме бегущего счета [3, 6], а систему разностных уравнений (17) можно решать методом прогонки [8].

С этой целью систему уравнений (17) преобразуем к виду

$$\frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2} \left(t_{i-1}^{k+1} - 2 \left(1 + \frac{\Delta x^2}{2a\Delta\tau} \right) t_i^{k+1} + t_{i+1}^{k+1} \right) + t_i^k + A_1 \Delta\tau (t_i^{k+1} - t_{1,i}^{k+1}) - A_2 \Delta\tau (t_i^{k+1} - t_{2,i}^k) = 0, \quad 1 \leq i \leq N. \quad (18)$$

Введем обозначения комплексов:

– сеточное число Фурье

$$Fo = \frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2}; \quad (19)$$

– сеточные числа Био:

$$Bi_1 = \frac{\alpha_1 \Delta x}{\lambda}, \quad (20)$$

$$Bi_2 = \frac{\alpha_2 \Delta x}{\lambda}; \quad (21)$$

– сеточные параметры

$$Sh_1 = Bi_1 \frac{\Delta x}{h}, \quad (22)$$

$$Sh_2 = Bi_2 \frac{\Delta x}{h}. \quad (23)$$

С учетом принятых обозначений выражение (18) можно преобразовать к виду

$$t_{i-1}^{k+1} - ct_i^{k+1} + t_{i+1}^{k+1} + Wi = 0, \quad 1 \leq i \leq N-1, \quad (24)$$

где

$$c = 2 \left(1 + \frac{1}{2Fo} \right) + Sh_1 + Sh_2, \quad (25)$$

$$Wi = Fo^{-1} t_i^k + Sh_1 t_{1,i}^{k+1} + Sh_2 t_{2,i}^k. \quad (26)$$

Выражение (24) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, которая эффективно решается методом прогонки [8]

$$t_i^{k+1} = A_i t_{i+1}^{k+1} + B_i. \quad (27)$$

Чтобы использовать рекуррентную формулу (27) требуется определить прогоночные коэффициенты A_i и B_i и температуру в граничном узле разностной сетки t_N^{k+1} .

Опуская преобразования запишем

$$A_i = \frac{1}{c - A_{i-1}}, \quad (28)$$

$$B_i = \frac{W_i + B_{i-1}}{c - A_{i-1}}, \quad 1 \leq i \leq N-1. \quad (29)$$

Для узла сетки $i = 0$ имеем

$$A_o = 2Fo / A^*, \quad (30)$$

$$B_o = \frac{1}{A^*} (t_0^k + Sh_1^* t_{1,0}^{k+1} + Sh_2^* t_{2,0}^k), \quad (31)$$

где

$$A^* = 1 + 2Fo + Sh_1^* + Sh_2^*, \quad (32)$$

$$Sh_1^* = Sh_1 Fo, \quad (33)$$

$$Sh_2^* = Sh_2 Fo. \quad (34)$$

Температура в граничном узле $i = N$ определяется

$$t_N^{k+1} = \frac{2FoB_{N-1} + Sh_1^* t_{1,N}^{k+1} + Sh_2^* t_{2,N}^k + t_N^k}{B^*}, \quad (35)$$

где

$$B^* = 1 + 2Fo + Sh_1^* + Sh_2^* - 2FoA_{N-1}. \quad (36)$$

Результаты

Для получения результатов была разработана комплексная программа на языке *Turbo Pascal*, которая включала подпрограмму *TEMP* и *main Procedure*. В подпрограмме определялась температура потоков и стенки и все динамические и статические параметры расчетного модуля теплообменника. В главной процедуре помещались все вспомогательные вычисления и операторы вывода на печать результатов и характеристик численного эксперимента. Геометрические параметры расчетного модуля были: пластина шириной 1 м и длиной по направлению движения теплоносителей $L = 0,5$ м, материал пластины – сталь ($\lambda = 45$ Вт/(м·К)) и алюминий ($\lambda = 203$ Вт/(м·К)). Толщина пластины варьировалась в пределах значений $h = (1-3) \cdot 10^{-3}$ м. Пластина омывалась потоком дымовых газов среднего состава [9, 10] и воздухом. Высота каналов $2h_1$ и $2h_2$ варьировалась в пределах $(2-5) \cdot 10^{-3}$ м. Скорость теплоносителей варьировалась в интервале 2–8 м/с. Температура холодного теплоносителя (воздуха) на входе была постоянной и равна 20 °С, горячего теплоносителя изменялась по экспоненциальной зависимости

$$t_{\text{с2}} = (t_{2\text{max}} - t_{\text{н}})(1 - \exp(-m_1 \cdot \tau)) + t_{\text{н}}.$$

Темп повышения температуры m_1 варьировался в пределах 0,01–1 с⁻¹.

Коэффициенты теплоотдачи определялись на стороне теплоносителей по критериальным соотношениям для стабилизированного движения в каналах [9, 10].

Область решения была одномерной с числом узлов $N = 20$, что удовлетворяло требуемой точности $\Delta x = L/N = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м [2, 8]. Алгоритм был разработан на основе устойчивых разностных схем [7, 8], поэтому временной шаг Δt определялся требуемой точностью и составлял $\Delta t = 10$ с. Длительность переходного процесса и постоянная времени определялась по рекомендациям [11]. Статическое состояние ТА определялось методом установления при значении параметра сходимости

$$\varepsilon = t_2^{k+1} - t_2^k < 10^{-3} \text{ К},$$

где t_2 – температура нагреваемого теплоносителя на выходе из аппарата.

На рис. 2 представлены кривые разгона для алюминиевой пластины с учетом и без учета продольной теплопроводности. Из рис. 2 следует, что продольная теплопроводность приводит к повышению температуры горячего теплоносителя $t_{\text{г}}$ на выходе из ТА и к снижению температуры холодного $t_{\text{х}}$. В конце переходного процесса расхождения в температуре составляют для горячего теплоносителя – 8 °С, для нагреваемого – 14 °С. Это приводит к снижению теплосъема с 973 Вт до 939 Вт.

В исследовании переходных процессов с учетом продольной теплопроводности определялся ряд факторов влияния на характеристики динамики модуля ТА. Влияние скорости теплоносителей и толщины стенки – представлены на рис. 3 и рис. 4. В этих опытах были приняты: темп повышения температуры горячего теплоносителя $m_1 = 10^{-2}$ с⁻¹, скорости обоих теплоносителей одинаковы, высота каналов одинакова ($h_1 = h_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м).

Из рис. 3 следует, что постоянная времени, определенная как величина обратная времени при которой температура нагреваемого теплоносителя равна $0,633 \cdot (t_{2\text{max}} - t_{2\text{н}})$, не приводит к соотношению $\tau_{\text{max}}/\tau_{\text{exp}} = 3$ [11], а находится в пределах 3,2–3,6.

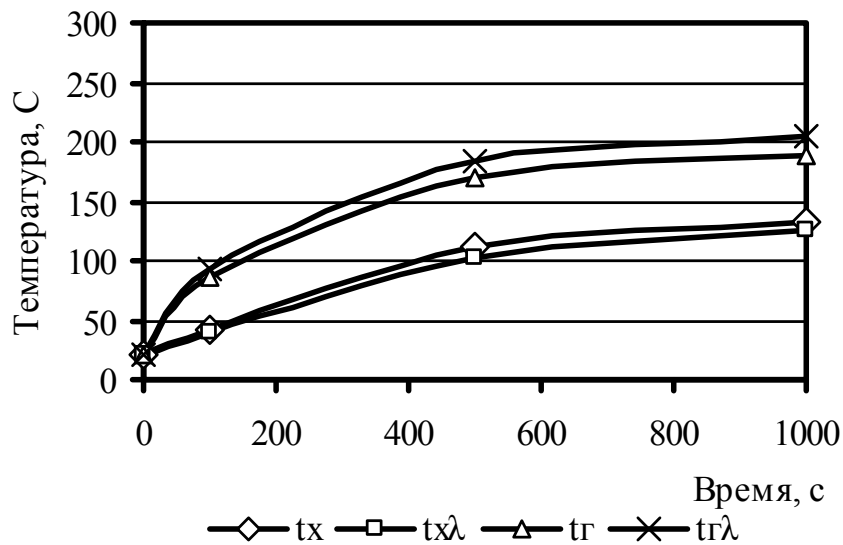


Рис. 2 – Кривые разгона ($m_1 = 1 \text{ с}^{-1}$; $h = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $h_1 = h_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $U_1 = U_2 = 5 \text{ м/с}$)

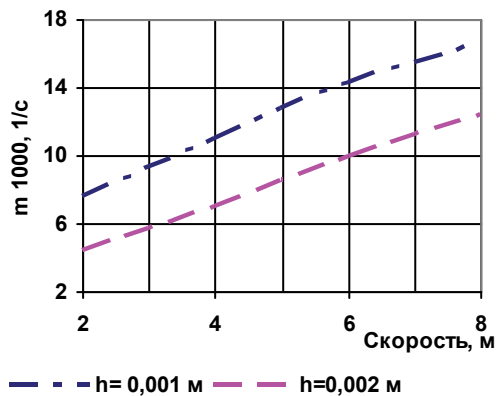


Рис. 3 – Постоянная времени

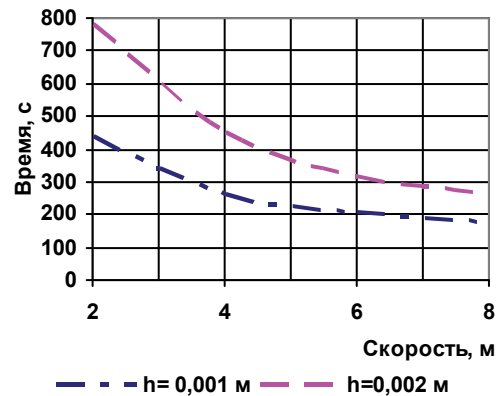


Рис. 4 – Время переходного процесса

Показательным для анализа влияния продольной теплопроводности на динамические и статические характеристики ТА являются результаты расчетных исследований для модуля из стальной и алюминиевой пластин ($\lambda_{ст} = 45 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $\lambda_{ал} = 203 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$), приведенные в таблице 1. Размеры пластины, темп повышения температуры горячего теплоносителя на входе принимались постоянными, варьировались значения расходов теплоносителей путем изменения высоты каналов и скорости.

Таблица 1.

Результаты опытов, материал для стальной и алюминиевой пластины
($h = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $m_1 = 0,01 \text{ с}^{-1}$, $L = 0,5 \text{ м}$)

Величина	№ опыта			
	1	2	3	4
Толщина стенки $h \cdot 10^3, \text{ м}$	1	1	1	1
Высота канала $h_1 \cdot 10^3, \text{ м}$	5	2	5	2
Высота канала $h_2 \cdot 10^3, \text{ м}$	5	2	5	2
Скорость $u_1, \text{ м/с}$	5	5	2	2

Окончание таблицы 1

Скорость u_2 , м/с	5	5	2	2
Макс. температура 1-го теплоносителя	300	300	300	300
Стальная пластина $\lambda = 45$ Вт/(м·К)				
Температура на выходе:				
– t_1 , °С	210,4	142,7	199,5	131,1
– t_2 , °С	118,2	192,7	130,5	204,3
Время переходного процесса τ_{\max} , с	380	470	490	730
Постоянная времени $m \cdot 10^3$, 1/с	6,3	5,0	4,5	3,6
Теплосъем Q , Вт	3218	2260	1444	971
Коэффициенты теплообмена:				
– α_1 , Вт/(м ² ·К)	88,2	106,0	42,4	53,4
– α_2 , Вт/(м ² ·К)	59,5	71,5	28,6	34,7
Коэффициент теплопередачи k , Вт/(м ² ·К)	35,5	42,7	17,1	21
Средняя температура:				
– первого теплоносителя t_{1m} , °С	263,7	225,8	257,4	218,6
– второго теплоносителя t_{2m} , °С	73,4	114,0	80,0	121,5
– пластины t_m , °С	187,0	180,0	185,8	180,0
Алюминиевая пластина $\lambda = 203$ Вт/(м·К)				
Температура на выходе:				
– t_1 , °С	210,4	143,5	199,7	133,6
– t_2 , °С	118,3	189,9	129,4	197,7
Время переходного процесса τ_{\max} , с	360	420	430	590
Постоянная времени $m \cdot 10^3$, 1/с	6,7	5,6	5,3	4,2
Теплосъем Q , Вт	3217	2249	1440	956,1
Коэффициенты теплообмена:				
– α_1 , Вт/(м ² ·К)	88,2	106,0	42,4	53,4
– α_2 , Вт/(м ² ·К)	59,5	71,5	28,6	34,7
Коэффициент теплопередачи k , Вт/(м ² ·К)	35,5	42,7	17,1	21
Средняя температура:				
– первого теплоносителя t_{1m} , °С	263,3	224,3	256,4	215,5
– второго теплоносителя t_{2m} , °С	73,4	113,9	80,0	120,7
– пластины t_m , °С	186,8	179,8	185,3	178,1

Анализ приведенных в таблице 1 значений величин позволяет сделать следующие основные выводы.

Выводы. Для обоих модулей с повышением расхода (опыты № 1 и № 4) сокращается время переходного процесса, увеличивается постоянная времени и величина теплосъема, снижается температура на выходе холодного теплоносителя.

Неоднозначное влияние расхода на параметры динамики и статики ТА имеет место в опытах № 2 и № 3 с одинаковым расходом теплоносителей. Это объясняется тем, что в каналах с одинаковым расходом более высокая теплоотдача имеет место при больших скоростях и малых проходных сечениях (опыт № 2).

К основным выводам можно так же отнести повышение влияния продольной теплопроводности при малых расходах, что согласуется с выводами работы [2].

Список литературы: 1. Лондон, А. Л. Компактные теплообменники [Текст] / А. Л. Лондон, В. М. Кейс. – М. ; Ленинград : Энергоатомиздат, 1982. – 158 с. 2. Цзю. Влияния продольной теплопроводности на работу теплообменника с перекрестным током теплоносителей [Текст] / Цзю // Теплопередача. – 1978. – № 2. – С. 197–202. 3. Абдуллин, С. Ю. Динамика пластинчатого теплообменного аппарата с перекрестным током теплоносителей [Текст] / С. Ю. Абдуллин, А. Ю. Абдуллин, А. А. Шевелев // Вестник НТУ «ХПИ». – 2004. – № 11. – С. 3–10. 4. Федоров, В. И. Метод элементарных балансов для расчета нестационарных процессов теплообменных аппаратов [Текст] / В. И. Федоров, З. А. Марценюк. – Киев : Наукова думка, 1977. – 140 с. 5. Буковская, О. И. Расчет динамических характеристик теплообменных устройств [Текст] / О. И. Буковская, Л. А. Коздоба, М. В. Кудинова, П. Г. Нагалкин // Промышленная теплоэнергетика. – 1995. – Т. 17, № 1–3. – С. 70–79. 6. Тарасенко, А. Н. Совершенствование методов расчета и конструкций воздухоподогревателей котельных установок на основе моделирования динамических характеристик процессов теплообмена [Текст] : дис. ... канд. техн. наук. : 05.14.14 / А. Н. Тарасенко. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2012. – 130 с. 7. Шокин, Ю. И. Метод дифференциального приближения [Текст] / Ю. И. Шокин, Н. Н. Яненко. – Новосибирск : Наука, 1985. – 372 с. 8. Самарский, А. А. Методы решения сеточных уравнений [Текст] / А. А. Самарский, Е. С. Николаев. – М. : Наука, 1978. – 592 с. 9. Кутателадзе, С. С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление [Текст] : справ. пособие / С. С. Кутателадзе. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 365 с. 10. Краснощеков, Е. А. Задачник по теплопередаче [Текст] / Е. А. Краснощеков, А. С. Сукомел. – М. : Энергия, 1980. – 288 с. 11. Архипов, Г. А. Автоматическое регулирование поверхностных теплообменников [Текст] / Г. А. Архипов. – М. : Энергия, 1971. – 304 с.

Bibliography (transliterated): 1. London, A. L., and V. M. Keys. *Kompaktnyye teploobmenniki*. Moscow ; Leningrad : Energoatomizdat, 1982. Print 2. TsZYu. "Vliyaniya prodolnoy teploprovodnosti na rabotu teploobmennika s perekrestnyim tokom teplonositeley." *Teploperedacha*. No 2. 1978. 197–202. Print. 3. Abdullin, S. Yu., A. Yu. Abdullin and A. A. Shevelev. "Dinamika plastinchatogo teploobmennogo apparata s perekrestnyim tokom teplonositeley." *Vestnik NTU "KhPI"*. No 11. 2004. 3–10. Print. 4. Fedorov, V. I., and Z. A. Martsenyuk. *Metod elementarnykh balansov dlya rascheta nestatsionarnykh protsessov teploobmennykh apparatov*. Kiev : Naukova dumka, 1977. Print. 5. Bukovskaya, O. I., et al. "Raschet dinamicheskikh harakteristik teploobmennykh ustroystv." *Promyishlennaya teploenergetika* 17.1–3 (1995): 70–79. Print. 6. Tarasenko, A. N. *Sovershenstvovanie metodov rascheta i konstruktsey vozduhopodogrevateley kotelnykh ustanovok na osnove modelirovaniya dinamicheskikh harakteristik protsessov teploobmena*. Dis. ... kand. tehn. nauk. Kharkov : NTU "KhPI", 2012. Print. 7. Shokin, Yu. I., and N. N. Yanenko. *Metod differentsialnogo priblizheniya*. Novosibirsk : Nauka, 1985. Print. 8. Samarskiy, A. A., E. S. Nikolaev. *Metodyi resheniya setochnykh uravneniy*. Moscow : Nauka, 1978. Print. 9. Kutateladze, S. S. *Teploperedacha i gidrodinamicheskoe soprotivlenie*. Moscow : Energoatomizdat, 1990. Print. 10. Krasnoschekov, E. A., A. S. Sukomel. *Zadachnik po teploperedache*. Moscow : Energiya, 1980. Print. 11. Arhipov, G. A. *Avtomaticheskoe regulirovanie poverhnostnykh teploobmennikov*. Moscow : Jenergija, 1971. Print.

Поступила (received) 03.02.2015