

Ю. В. РОМАШОВ, Ю. И. ВЕЦНЕР

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МЕРСОНА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ ПЫЛЕВОЗДУШНОЙ СМЕСИ

АННОТАЦИЯ Рассмотрено применение метода Мерсона для численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих процесс самовоспламенения воздушной смеси пылевидного топлива, движущейся в цилиндрическом канале. Показано, что за счет автоматического выбора шага интегрирования метод Мерсона позволяет исследовать процессы практически скачкообразных изменений температуры пылевоздушной смеси и концентрации топлива в ней, характерных для самовоспламенения.

Ключевые слова: угольная пыль, пылевоздушная смесь, самовоспламенение, математическая модель, метод Мерсона.

Yu. ROMASHOV, Yu. VETSNER

USING THE MERSON METHOD TO STUDY THE DUST-AIR MIXTURE SELF-IGNITION PROCESS

ABSTRACT The numerical integration of differential equations on the self-ignition of dust-air mixtures taking into consideration almost abrupt changes in the mixture temperature and the fuel concentration in it requires substantiation of the choice of integration step. Many step-by-step numerical methods used for the integration of ordinary differential equations are available; however special attention should be paid to the Merson method, because it provides the most effective algorithm for the automatic selection of the step of integration. The purpose of this scientific paper was to study the opportunities of the Merson method for the integration of differential equations on the self-ignition of dust-air mixture taking into consideration actually abrupt changes in the mixture temperature and the fuel concentration in it. The common mathematical models of the self-ignition of dust-air mixtures that move in the cylindrical channel were used. The obtained data show that in the case of self-ignition the mixture temperature can be increased 8 times. It has been shown that the integration step should be reduced more than 100 times to take into consideration such abrupt temperature drops and the fuel concentration in the dust-air mixture during the integration of differential self-ignition equations. The Merson method is efficient for the investigation of self-ignition due to the automatic selection of the step of integration. The Merson method is recommended for the integration of differential equations that describe the self-ignition of dust-air mixtures and it can be used for the investigation of ignition and combustion processes.

Key words: coal dust, dust-air mixture, self-ignition, mathematical model and the Merson method.

Введение

Всестороннее исследование процессов горения, воспламенения и самовоспламенения пылевоздушных смесей представляет интерес для повышения экономичности и безопасности пылеугольных паровых котлов [1–3]. Для исследования таких процессов широко применяют методы математического моделирования, что позволяет выполнять исследования и решать многие задачи без дорогостоящих натурных экспериментов с взрывоопасными веществами.

Математические модели процессов горения, и самовоспламенения пылевоздушных смесей обычно представляют в виде дифференциальных уравнений баланса энергии, массы, химической кинетики и т.п., для которых в общем случае невозможно получить точные решения. Это заставляет применять численные методы для интегрирования дифференциальных уравнений, поэтому изучение возможностей различных численных методов для исследования процессов горения и самовоспламенения пылевоздушных смесей представляется актуальным сегодня.

Цель работы

Выполнение численного интегрирования дифференциальных уравнений самовоспламенения пылевоздушной смеси с учетом практически скачкообразных изменений температуры смеси и концентрации в ней топлива требует обоснования выбора шага интегрирования. Известно множество пошаговых численных методов интегрирования дифференциальных уравнений [4, 5], но метод Мерсона заслуживает особенного внимания из-за предусмотренного в нем автоматического выбора шага интегрирования [5]. Решение задач теории ползучести повреждающихся тел [6] показало, что метод Мерсона позволяет рассматривать процессы ползучести вплоть до разрушения, когда скорости ползучести и повреждаемости увеличиваются за очень малый промежуток времени. Целью данной работы является изучение возможностей метода Мерсона для интегрирования дифференциальных уравнений самовоспламенения пылевоздушной смеси с учетом практически скачкообразных изменений температуры и концентрации топлива в ней.

Математическая модель для исследования самовоспламенения пылевоздушной смеси

Математическое моделирование процессов самовоспламенения пылевоздушных смесей рассмотрено в литературе [7–9]. Для исследования возможностей метода Мерсона используем представленную в работе [9] математическую модель самовоспламенения пылевоздушной смеси, движущейся в канале цилиндрической формы:

$$\frac{d\theta}{dk} = -\left(1 - \frac{1 - \bar{\mu}}{\alpha}\right) \bar{\mu} \frac{1}{\theta^2} e^{-1/\theta} - \Omega(\theta - \theta_c),$$

$$\frac{d\bar{\mu}}{dk} = -\frac{1}{\vartheta_a} \left(1 - \frac{1 - \bar{\mu}}{\alpha}\right) \bar{\mu} \frac{1}{\theta^2} e^{-1/\theta}, \quad (1)$$

$$\theta|_{k=0} = \theta_c, \quad \bar{\mu}|_{k=0} = 1, \quad (2)$$

где θ , $\bar{\mu}$ – безразмерные температура смеси и концентрация в ней топлива; k – безразмерная координата вдоль оси канала, по которому движется смесь; α – коэффициент избытка воздуха в смеси; Ω – безразмерный коэффициент теплопередачи; θ_c – безразмерная температура стенки канала; ϑ_a – безразмерный адиабатический прирост температуры горения над начальной температурой смеси.

Первое уравнение (1) – это уравнение баланса энергии, а второе – уравнение химической кинетики горения топлива. Безразмерные параметры математической модели (1), (2):

$$\theta = \frac{RT}{E}, \quad k = \frac{Q_n^p \beta C_0 \mu_0 f K_0 273^2 R^3}{(c_b + \mu_0 c_n) w E^3} x, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0},$$

$$\Omega = \frac{4\alpha_T E^3}{d Q_n^p \beta C_0 \mu_0 f K_0 273^2 R^3}, \quad \vartheta_a = \frac{Q_n^p \mu_0 R}{(c_b + \mu_0 c_n) E}, \quad (3)$$

где T и x – температура смеси и координата вдоль канала ее движения; E и R – энергия активации горения и универсальная газовая постоянная; c_b и c_n – теплоемкости воздуха и пыли; w – скорость движения пылевоздушной смеси; μ_0 – начальная концентрация пыли в смеси; Q_n^p – теплота сгорания топлива; β – стехиометрический коэффициент реакции горения топлива; C_0 – начальная концентрация кислорода в смеси; f – удельная поверхность пыли; K_0 – множитель, зависящий от полного числа соударений молекул топлива и кислорода; α_T – коэффициент теплопередачи от поверхности канала; d – диаметр канала.

С помощью дифференциальных уравнений (1) можем установить изменение температуры смеси и концентрации в ней топлива вдоль оси канала движения смеси. Резкое увеличение температуры смеси и уменьшение концентрации топлива в ней отвечает самовоспламенению.

Метод решения задачи о самовоспламенении пылевоздушной смеси

Математическая формулировка (1), (2) задачи о самовоспламенении пылевоздушной смеси отвечает канонической форме задачи Коши:

$$\frac{dy}{dk} = F(k, y), \quad y|_{k=0} = y_0, \quad (4)$$

где y – вектор искомых неизвестных; $F(k, y)$ – заданная функция, которая определяется дифференциальными уравнениями; y_0 – вектор начальных значений искомых неизвестных, отвечающих значению $k = 0$.

Пошаговые численные методы позволяют приближенно определить решение в отдельных точках $k = k_0, k_1, k_2, \dots, k_j, \dots$

$$y_j = y(k_j), \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

При использовании метода Мерсона вектор y_{j+1} вычисляется при помощи предварительно найденного вектора y_j следующим образом:

$$y_{j+1} = y_j + \frac{1}{2}(k_1 + 4k_4 + k_5) \Delta k_j,$$

$$k_1 = \frac{1}{3} F(k_j, y_j), k_2 = \frac{1}{3} F\left(k_j + \frac{1}{3} \Delta k_j, y_j + k_1\right),$$

$$k_3 = \frac{1}{3} F\left(k_j + \frac{1}{3} \Delta k_j, y_j + \frac{1}{2} k_1 + \frac{1}{2} k_2\right),$$

$$k_4 = \frac{1}{3} F\left(k_j + \frac{1}{2} \Delta k_j, y_j + \frac{3}{8} k_1 + \frac{9}{8} k_3\right), \quad (6)$$

где Δk_j – шаг интегрирования.

Для выбора шага интегрирования в методе Мерсона предусмотрена следующая оценка:

$$\frac{e_0}{32} < \|e\| < e_0, \quad e = \frac{1}{5} \left(k_1 - \frac{9}{2} k_3 + 4k_4 - \frac{1}{2} k_5\right), \quad (7)$$

где $k_5 = \frac{1}{3} F\left(k_j + \Delta k_j, y_j + \frac{3}{2} k_1 - \frac{9}{2} k_3 + 6k_4\right);$

e_0 – допустимая погрешность.

Результаты решения задачи о самовоспламенении пылевоздушной смеси

Для изучения возможностей метода Мерсона рассмотрим задачу (1)–(3) о самовоспламенении пылевоздушной смеси для следующих исходных данных:

$$Q_n^p = 27 \text{ МДж/кг}, \quad \beta = 0,472, \quad f = 1850 \text{ м}^2/\text{кг},$$

$$K_0 = 4500 \text{ м/с}, \quad E = 140 \text{ кДж/кг},$$

$$\alpha_T = 0,05 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}), \quad d = 40 \text{ мм}, \quad w = 2 \text{ м/с},$$

$$\alpha = 0,8, \quad c_b = 1,42 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}),$$

$$c_n = 0,95 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}), \quad T_c = 1000 \text{ К},$$

$$C_0 = 0,3 \text{ кг/м}^3, \quad \mu_0 = 0,7 \text{ кг/м}^3, \quad e_0 = 10^{-5}.$$

Здесь T_c – температура стенки камеры. Принятые исходные данные отвечают самовоспламенению пылевоздушной смеси, о чем свидетельствуют представленные на рис. 1 и рис. 2 результаты расчетов, показывающие скачкообразные изменения температуры смеси и концентрации топлива в ней.

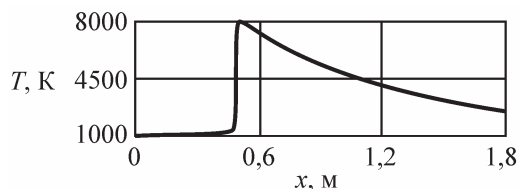


Рис. 1 – Температура пылевоздушной смеси

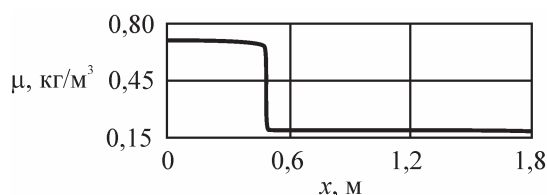


Рис. 2 – Концентрация топлива в пылевоздушной смеси

Интегрирование уравнений (1), (2) с учетом практически мгновенного изменения температуры смеси и ее концентрации при самовоспламенении, (рис. 1 и рис. 2) оказалось возможным благодаря автоматическому выбору шага интегрирования в методе Мерсона (6), (7). Действительно, шаг интегрирования в методе Мерсона автоматически выбирается с учетом скорости исследуемого процесса и существенно уменьшается около координаты, отвечающей самовоспламенению пылевоздушной смеси (рис. 3).

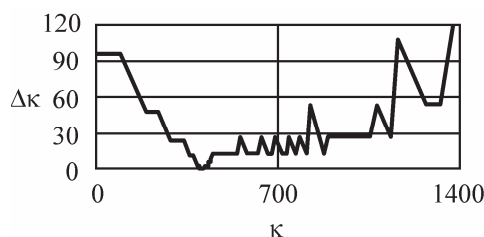


Рис. 3 – Шаг интегрирования

Обсуждение результатов

Полученные результаты (рис. 1 и рис. 2) показывают, что при самовоспламенении температура пылевоздушной смеси практически мгновенно увеличивается, а концентрация в ней топлива – уменьшается почти в восемь раз. Чтобы учесть такие резкие изменения температуры смеси и концентрации в ней пылевоздушной смеси при интегрировании дифференциальных уравнений самовоспламенения (1), (2) приходится уменьшать шаг интегрирования более чем в сто раз (рис. 3). При интегрировании с постоянным шагом величина

шага интегрирования должна быть изначально достаточно малой, чтобы на соответствующем шаге учесть резкие изменения температуры смеси и концентрации в ней топлива при самовозгорании. Естественно, что интегрирование с постоянным шагом будет требовать больше времени, чем интегрирование с автоматическим выбором шага интегрирования.

Выводы

Исследованы возможности метода Мерсона для интегрирования дифференциальных уравнений самовоспламенения пылевоздушной смеси с учетом практически скачкообразных изменений температуры смеси и концентрации в ней топлива. Показано, что эффективность метода Мерсона для исследования самовоспламенения пылевоздушных смесей связана с автоматическим выбором шага интегрирования, который при решении задач о самовоспламенении может меняться более чем в сто раз. С учетом этих обстоятельств интегрирование дифференциальных уравнений, описывающих самовоспламенение пылевоздушных смесей, рекомендуется осуществлять с помощью метода Мерсона. Этот метод, по-видимому, также будет достаточно эффективен при исследовании процессов воспламенения и горения. В последующих исследованиях предполагается рассмотреть более сложные математические модели горения и самовоспламенения пылевоздушных смесей.

Список литературы

- 1 **Wu, D.** Self-ignition and smoldering characteristics of coal dust accumulations in O_2/N_2 and O_2/CO_2 atmospheres / **D. Wu, M. Schmidt, X. Huang, F. Verplaetsen** // Proceedings of the Combustion Institute. – 2017. – Vol. 36, Issue 2. – P. 3195–3202. – ISSN 1540-7489. – doi: 10.1016/j.proci.2016.08.024.
- 2 **Muto, M.** Numerical simulation of ignition in pulverized coal combustion with detailed chemical reaction mechanism / **M. Muto, K. Yuasa, R. Kurose** // Fuel. – 2017. – Vol. 190. – P. 136–144. – ISSN 0016-2361. – doi: 10.1016/j.fuel.2016.11.029.
- 3 **Zhang, J.** A review on numerical solutions to self-heating of coal stockpile: Mechanism, theoretical basis, and variable study / **J. Zhang, T. Ren, Y. Liang, Z. Wang** // Fuel. – 2016. – Vol. 182. – P. 80–109. – ISSN 0016-2361. – doi: 10.1016/j.fuel.2016.11.029.
- 4 **Butcher, J. C.** A history of Runge-Kutta methods / **J. C. Butcher** // Applied numerical mathematics. – 1996. – Vol. 20. – P. 247–260.
- 5 **Hoffman, J. D.** Numerical Methods for Engineers and Scientists / **J. D. Hoffman, S. Frankel**. – New York-Basel : Marcel Dekker, Inc., 2001. – 825 p.
- 6 **Morachkovskii, O. K.** Solving initial-boundary-value creep problems / **O. K. Morachkovskii, Yu. V. Romashov** // International Applied Mechanics. – 2009. – Vol. 45, No. 10. – P. 1061–1070.

- 7 **Colannino, J.** Modeling of Combustion Systems: A Practical Approach / **J. Colannino.** – CRC Press, 2006. – 680 p.
- 8 **Glassman, I.** Combustion / **I. Glassman, R. A. Yetter, N. G. Glumac.** – Academic Press, 2008. – 800 p.
- 9 **Виленский, Т. В.** Динамика горения пылевидного топлива: (Исследования на электронных вычислительных машинах) / **Т. В. Виленский, Д. М. Хзмалян.** – Москва : Энергия, 1977. – 248 с.
- 3 **Zhang, J., Ren, T., Liang, Y. and Wang, Z.** (2016), "A review on numerical solutions to self-heating of coal stockpile: Mechanism, theoretical basis, and variable study", *Fuel*, Vol. 182, pp. 80–109, ISSN 0016-2361, doi: 10.1016/j.fuel.2016.11.029.
- 4 **Butcher, J. C.** (1996), "A history of Runge-Kutta methods", *Applied numerical mathematics*, Vol. 20, pp. 247–260.
- 5 **Hoffman, J. D. and Frankel, S.** (2001), *Numerical Methods for Engineers and Scientists*, Marcel Dekker Inc., New York-Basel.
- 6 **Morachkovskii, O. K. and Romashov, Yu. V.** (2009), "Solving initial-boundary-value creep problems", *International Applied Mechanics*, Vol. 45, No. 10, pp. 1061–1070.
- 7 **Colannino, J.** (2006), *Modeling of Combustion Systems: A Practical Approach*, CRC Press.
- 8 **Glassman, I., Yetter, R. A. and Glumac, N. G.** (2008), *Combustion*, Academic Press.
- 9 **Виленский, Т. В. and Хзмалыан, Д. М.** (1978), *Динамика горения пылевидного топлива (Исследования на электронных вычислительных машинах) [Dynamics of combustion of pulverized fuel: (Research on electronic computers)]*, Energiya, Moscow, Russia.

Bibliography (transliterated)

Сведения об авторах (About authors)

Ромашов Юрий Владимирович – доктор технических наук, доцент, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», профессор кафедры парогенераторостроения, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, профессор кафедры прикладной математики; г. Харьков, Украина; e-mail: yu.v.romashov@gmail.com, ORCID 0000-0001-8376-3510.

Romashov Yurii – Doctor of Engineering Science, Docent, Professor of the Steam Generator Building Department, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", professor of the applied mathematics department, V. N. Karazin Kharkiv National University; Kharkov, Ukraine.

Вецнер Юлана Игоревна – кандидат технических наук, инженер 1 кат. отдела снабжения, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»; г. Харьков, Украина, e-mail: vetsner7@gmail.com, ORCID 0000-0001-8376-3510.

Vetsner Yulana – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"; Kharkov, Ukraine.

Пожалуйста ссылайтесь на эту статью следующим образом:

Ромашов, Ю. В. Применение метода Мерсона для исследования процесса самовоспламенения пылевоздушной смеси / **Ю. В. Ромашов, Ю. И. Вецнер** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 10(1232). – С. 75–78. – Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2017.10.10.

Please cite this article as:

Romashov, Yu. and Vetsner, Yu. (2017), "Using the Merson Method to Study the Dust-Air Mixture Self-Ignition Process", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, no. 10(1232), pp. 75–78, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2017.10.10.

Будь ласка посилайтесь на цю статтю наступним чином:

Ромашов, Ю. В. Використання методу Мерсона для дослідження процесу самозаймання повітряної суміші пилового палива / **Ю. В. Ромашов, Ю. І. Вецнер** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 10(1232). – С. 75–78. – Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2017.10.10.

АНОТАЦІЯ Розглянуто застосування методу Мерсона для чисельного інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь, що описують процес самозаймання повітряної суміші пилового палива, що рухається в циліндричному каналі. Показано, що за рахунок автоматичного вибору кроку інтегрування метод Мерсона дозволяє досліджувати процеси практично стрибкоподібних змін температури пило-повітряної суміші і концентрації палива, характерних для самозаймання.

Ключові слова: вугільний пил, пило-повітряна суміш, самозаймання, математична модель, метод Мерсона.

Поступила (received) 10.02.2017